

30-0062/001

INSTITUT FÜR BAUSTOFFE, MASSIVBAU UND BRANDSCHUTZ

TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

DIREKTOREN: PROF. DR.-ING. DR.-ING. E. h. K. KORDINA · PROF. DR.-ING. F. S. ROSTASY

30-0062(001)

" Versuche an Konstruktionsleichtbetonbauteilen unter kombinierter Beanspruchung aus Torsion, Biegung und Querkraft "

o.Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. K. Kordina

Dr.-Ing. M. Teutsch

BIBLIOTHEK  
Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz  
der Technischen Universität Braunschweig  
Beethovenstraße 52  
D-3300 Braunschweig

Auftraggeber

Deutscher Betonverein  
in der Arbeitsgemeinschaft  
industrieller Forschungsvereinigung e.V.  
K ö l n

DBV-Nr. 80, AIF-Nr. 4526

Februar 1983

## Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung.....	2
1.1	Allgemeines.....	2
1.2	Derzeitiger Forschungsstand.....	4
1.3	Ziel der eigenen Untersuchungen.....	7
2	Versuchskörper.....	8
2.1	Allgemeines.....	8
2.2	Bewehrung.....	11
2.2.1	LBTMQ1.....	11
2.2.2	LBTMQ2.....	12
2.2.3	LBTMQ3.....	13
2.2.4	LBTMQ4.....	13
2.2.5	LBTMQ5.....	13
2.2.6	LBTMQ6.....	13
2.2.7	LBTMQ7.....	14
2.3	Vorspannung.....	14
2.4	Zusammensetzung und Festigkeitseigenschaften des Betons	16
3	Versuchseinrichtung.....	19
4	Meßvorrichtung.....	19
5	Durchführung der Versuche.....	22
5.1	Allgemeines.....	22
5.2	Versuchskörper LBTMQ1.....	22
5.3	Versuchskörper LBTMQ2.....	24
5.4	Versuchskörper LBTMQ3.....	26
5.5	Versuchskörper LBTMQ4.....	28
5.6	Versuchskörper LBTMQ5.....	30
5.7	Versuchskörper LBTMQ6.....	31
5.8	Versuchskörper LBTMQ7.....	33

6	Meßergebnisse.....	35
6.1	Allgemeines.....	35
6.2	Versuchskörper LBTMQ1.....	35
6.3	Versuchskörper LBTMQ2.....	37
6.4	Versuchskörper LBTMQ3.....	39
6.5	Versuchskörper LBTMQ4.....	41
6.6	Versuchskörper LBTMQ5.....	43
6.7	Versuchskörper LBTMQ6.....	45
6.8	Versuchskörper LBTMQ7.....	47
7	Versuchsauswertung.....	50
7.1	Querschnittswerte.....	50
7.2	Tragfähigkeit.....	51
7.2.1	Allgemeines.....	51
7.2.2	Tragfähigkeit nach DIN 4219 Teil 2 /1/.....	52
7.2.3	Tragfähigkeit nach DIN 4227 Teil 4, Entwurf....	57
7.2.4	Torsionslasten nach der CEB/FIP.....	62
	Mustervorschrift	
7.2.5	Tragfähigkeit nach dem Fachwerkmodell mit.....	68
	variablen Druckstrebenneigungswinkel	
7.2.6	Tragfähigkeit nach dem Bemessungsverfahren.....	78
	von Collins/Mitchell /24/	
7.2.7	Tragfähigkeit nach dem Bemessungsmodell.....	84
	von Kordina/Teutsch /25/	
7.2.8	Zusammenfassung.....	95
7.3	Verformungen.....	97
7.3.1	Ungerissener Zustand.....	97
7.3.2	Gerissener Zustand.....	99
7.3.3	Versuchswerte.....	102
7.4	Rißverhalten.....	105
8	Zusammenfassung.....	107
8.1	Tragverhalten.....	107
8.2	Verformungsverhalten.....	109
9	Literaturverzeichnis.....	111

## Vorwort

Die zu den nachfolgend beschriebenen Versuchen an Konstruktionsleichtbetonbauteilen unter kombinierter Beanspruchung aus M, Q und T erforderlichen Mittel stellte die Arbeitsgemeinschaft industrieller Forschungsvereinigungen über den Deutschen Betonverein zur Verfügung.

Die Mitglieder der Beratergruppe, die Herren:

Dr.-Ing. Jungwirth,  
Prof. Dr.-Ing. Kupfer,  
Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing.E.h. Leonhardt,  
Prof. Dr.-Ing. Thürlimann sowie  
Dr.-Ing. Wittfoth

haben das Vorhaben durch Anregungen und Ratschläge wesentlich unterstützt.

Dank gebührt auch der Firma Dyckerhoff + Widmann, welche die für die Versuche erforderlichen Spannglieder und Hüllrohre zur Verfügung stellte sowie den Herstellerwerken des bei den Versuchen verwendeten Leichtbetonzuschlages, den Tonwerken Stedum und der Firma Lias-Franken, die ihre Produkte ebenfalls preisgünstig bereitstellten.

## 1 Einleitung

### 1.1 Allgemeines

Trotz mehr als 10-jähriger Anwendung von bewehrtem oder vorgespanntem Konstruktionsleichtbeton in der Baupraxis liegen bisher nur wenige Forschungsergebnisse über das Schubtragverhalten vor. Eine noch größere Wissenslücke zeigt sich bei der Untersuchung über das Trag- und Verformungsverhalten solcher Bauteile unter Torsions- bzw. kombinierter Torsionsbeanspruchung. Demzufolge enthalten die einschlägigen Bemessungsregeln z. T. erhebliche Einschränkungen im Vergleich zu denjenigen für Normalbetonbauteile.

Als Grund für die vorsichtige Behandlung des Konstruktionsleichtbetons in den einschlägigen Normen gilt die gegenüber dem Normalbeton geringere Zugfestigkeit, der "weichere" Kornaufbau sowie die verminderte Verzahnung der Rißufer. Ein Vergleich der verschiedenen Normen bezüglich der Bemessung für Konstruktionsleichtbetonbauteile zeigt einige Widersprüche und Unstimmigkeiten:

So enthält DIN 4219 Teil 2 /1/ bei der Schubbemessung folgende von DIN 1045 abweichende Bemessungsregel:

- Die untere Grenze des Schubbereiches 2, ab der ein Nachweis der Schubdeckung gefordert wird, ist auf 80 % des Wertes für Normalbeton herabgesetzt.
- Die Schubdeckung in diesem Bereich ist 15 % höher als bei Normalbetonbauteilen. Zusätzlich wird die untere Grenze des Bemessungswertes auf  $0,5 \tau_0$  angehoben, gegenüber  $0,4 \tau_0$  bei Normalbetonbauteilen.

Die Torsionsbemessung von Stahlleichtbetonbalken unterscheidet sich hingegen nicht von DIN 1045. Ebenfalls unverändert gegenüber DIN 1045 bleiben die Schubbemessungsgrenzen  $\tau_{02}$  bzw.  $\tau_{03}$ , die Aufschluß über die Tragfähigkeit der Druckstreben geben.

In der CEB-FIP Mustervorschrift /2/ wird die Tragfähigkeit der Leichtbeton-Druckstreben nur zu  $2/3$  der entsprechenden Werte für Normalbeton eingesetzt. Unverständlicherweise finden sich solche Einschränkungen bei der Torsionsbemessung nicht.

Als Einschränkung ist weiterhin zu werten, daß der Neigungswinkel der Druckdiagonalen sowohl bei der Schub- als auch der Torsionsbemessung nicht von der  $45^\circ$  Neigung abweichen darf.

Der Entwurf der DIN 4227 Teil 4 /3/ enthält folgende von DIN 4227 Teil 1 /4/ abweichende Regeln:

- Die für den Zustand I berechneten schiefen Hauptzugspannungen dürfen 80 % der nach DIN 4227 Teil 1 /4/ Abschnitt 12.2 zulässigen Werte nicht überschreiten.
- Die Grenzwerte für die Unterteilung der Schubbereiche "Zone a" und "Zone b" sind etwa nur 80 % so hoch wie die entsprechenden Werte nach DIN 4227 Teil 1 /4/.
- Die Schubdeckung durch Bewehrung ist für die Querkraft und Torsion im rechnerischen Bruchzustand bereits in jenen Bereichen des Tragwerkes bzw. Querschnitts nachzuweisen, in denen 90 % der in DIN 4227 Teil 1 /4/ Abs. 12.4.1 angegebenen Spannungen erreicht sind.
- Darüberhinaus ist der Wert  $\Delta\tau$  nur mit 50 % der Werte nach DIN 4227 Teil 1, Tabelle 9, Zeile 50 einzuführen.

DIN 4227 Teil 4 /3/ existiert bisher jedoch nur als Entwurf und nicht als endgültige Fassung. Es sollte hier nicht unerwähnt bleiben, daß dieser Umstand wesentlich dazu beitrug, daß die Rheinbrücke Düsseldorf-Flehe nicht als Schrägseilbrücke mit einem Versteifungsträger aus Spannbeton, sondern als Stahl-Schrägseilbrücke zur Ausführung kam (siehe Schambeck /5/).

## 1.2 Derzeitiger Forschungsstand

Das Trag- und Verformungsverhalten von Stahlleichtbetonbalken unter Torsionsbeanspruchung ist bisher nur von Mukherji et al. und von Souza et al. untersucht worden /6/ und /7/. Die Versuchskörper nach /7/ unterschieden sich gegenüber denjenigen nach /6/ lediglich in der Zuschlagzusammensetzung (Leichtbetonsand gegenüber Natursand). Eine Serie umfaßte 6 Versuchsbalken, von denen 2 nicht bügelbewehrt waren. Bei den 4 Stahlleichtbetonbalken wurde der Torsionsbewehrungsgrad sowie die Querschnittsschlankheit der Versuchskörper variiert. Die Versuche ergaben eine geringere Tragfähigkeit der Balken mit Leichtbetonsand gegenüber denjenigen mit Natursand. Auch gegenüber vergleichbaren Normalbetonbalken wurde bei den höher bewehrten Stahlleichtbetonkörpern eine geringere Tragfähigkeit beobachtet. Eine ausführliche Analyse dieser Versuchsergebnisse erfolgt in den nachfolgenden Abschnitten.

Das Verhalten von Spannleichtbetonbalken unter reiner Torsions- bzw. kombinierter Torsionsbeanspruchung wurde bisher experimentell nicht überprüft. Auch von Stahlleichtbetonbalken liegen bisher noch keine Untersuchungen unter kombinierter Torsionsbeanspruchung vor.

Es sind lediglich Versuche unter Biege- bzw. Biege- und Querkraftbeanspruchung an Stahlleicht- und Spannleichtbetonbalken bekannt. Hier sind besonders die Arbeiten von Hamadi/Regan /8/, Kraus/Bachmann /9/ und von Kupfer und Kirmair /10/ und /11/ zu erwähnen.

Hamadi und Regan /8/ führten sowohl Scherversuche an kleinen Probekörpern als auch Traglastuntersuchungen an schubbewehrten T-Balken durch.

Die Scherversuche ergaben eine durch die verminderte Verzahnung der Rißufer begründete geringere Scherfestigkeit der Leichtbetonprüfkörper gegenüber derjenigen aus Normalbeton.

Auch die Balkenversuche zeigen deutliche Unterschiede in der aufnehmbaren Schubbeanspruchung in Abhängigkeit vom verwendeten Beton. Diese Unterschiede waren praktisch unabhängig vom Schubbewehrungsgrad.

Bachmann/Kraus /9/ führten Biege- und Schubversuche an teilweise vorgespannten Leichtbetonbalken durch und verglichen die Versuchsergebnisse mit entsprechenden Untersuchungen an Normalbetonbalken. Es konnten insgesamt 3 Schubbrüche beobachtet werden. Die Leichtbetonbalken unterschieden sich in ihrer Bruchart praktisch nicht von den Normalbetonbalken. Das Versagen trat ausschließlich durch Fließen der Schubbewehrung ein. Über einen Druckstrebenbruch konnten keine definitiven Angaben gemacht werden.

Kirmair /11/ untersuchte zwei Stahlleichtbetonbalken mit dem Ziel, die Nachweisgrenze des Schubbereiches 1 sowie die verminderte Schubdeckung im Schubbereich 2 zu überprüfen. Der Bruch erfolgte bei allen Versuchskörpern im querkraftfreien Biegebereich. Aus den Versuchen ergaben sich Mindestschubdeckungsgrade  $\eta > 0,5$  für Leichtbeton und  $\eta > 0,4$  für Normalbeton, die in dieser Form in DIN 4219 Teil 2 /1/ bereits festgelegt sind. Die Schubsicherung im Schubbereich 2 nach den für Normalbeton gültigen Regeln erwies sich bei Leichtbetonbalken als ausreichend. Die Versuche von Kupfer/Kirmair /10/ stellen eine Fortsetzung der Untersuchungen von Kirmair /11/ dar; auch hier wurden Schubversuche an zwei Balken durchgeführt, deren Ziele

- die Überprüfung des Schubtragverhaltens im Schubbereich 2 bei gestaffelter Bewehrung und
- die Überprüfung der oberen Grenze der zulässigen Schubspannung  $\tau_{03}$  (Schubbereich 3) im Hinblick auf das Versagen von Stahlleichtbetonbalken infolge Stegdruckbruch

waren.



Zum besseren Vergleich wurde jeweils eine Hälfte der Balken in Leichtbeton und die andere Hälfte in Normalbeton ausgeführt. Als Bruchursache wurde bei beiden Versuchskörpern ein Versagen der Biegedruckzone ermittelt.

Im wesentlichen wurden folgende hinsichtlich des Schubtragverhaltens interessierende Ergebnisse erhalten:

- Im Schubbereich 2 ist die Schubdeckung gegenüber Normalbeton um 15 % zu erhöhen.
- Bei dem Balken mit Schubbereich 3 wurde eine Bruchschubspannung  $\tau_{0\text{Bruch}} > 2,46 \tau_{03}$  erreicht. Nach Ansicht von Kupfer/Kirmair ist dieser Sicherheitsbeiwert ausreichend.

Faßt man die vorliegenden Untersuchungsergebnisse zusammen, so ergibt sich, daß vor allem bei schwach schubbewehrten Balken deutliche Unterschiede im Schubtragverhalten von Leichtbeton- gegenüber Normalbetonbalken festzustellen sind. Die Ursachen liegen in der geringeren Zugfestigkeit des Leichtbetons sowie in der verminderten Verzahnung der Rißufer begründet. Auch bei höheren Bewehrungsgraden bleiben diese Unterschiede bestehen. Die Bruchschubspannung  $\tau_{03}$  scheint jedoch sowohl bei Normal- als auch Leichtbetonbalken höher als der in den Normen festgelegte Grenzwert zu sein.

Die theoretischen Modelle zur Beschreibung des Tragverhaltens von Balken unter Torsions- bzw. kombinierter Beanspruchung aus Torsion, Biegung und Querkraft wurden bisher nur durch experimentelle Untersuchungen an Normalbetonbauteilen überprüft. Für Balken, bei denen das Versagen durch Fließen der Bewehrung eintritt, haben Thürlimann u.a. /12/ und Elf-gren /13/ ein räumliches Fachwerkmodell mit variabler Neigung der Druckdiagonalen entwickelt, welches in der Lage ist, das Tragverhalten unter dieser Belastungsart genau vorauszusagen.

Für Balken, bei denen im Versagenszustand die Bewehrung nicht bzw. nur teilweise ins Fließen kommt, empfiehlt sich zur Traglastvoraussage die Anwendung des Fachwerkmodells von Teutsch /14/, mit dem durch Einarbeitung der Werkstoffgesetze sowie der Einhaltung der Verträglichkeitsbedingungen auch das Versagen des Betons zutreffend vorausgesagt werden kann.

### 1.3 Ziel der eigenen Untersuchungen

Konstruktionsleichtbeton bietet vor allem im Brückenbau wirtschaftliche Vorteile, da durch Gewichtersparnis von 20 - 30 % gegenüber einer Ausführung in Normalbeton sowohl die Überbauten als auch die Gründungsbauteile kostengünstiger gestaltet werden können.

Durch Eigengewichts- und Verkehrslasten werden Brückenbauten nicht nur auf Biegung und Querkraft, sondern ebenso planmäßig auf Torsion beansprucht.

Hier zeigt sich jedoch eine Erkenntnislücke in der Forschung, die wie vorab dargelegt, zu einer sehr vorsichtigen Behandlung in den entsprechenden Normen führte.

Das Ziel der hier durchgeführten Untersuchungen war, Daten zu liefern, um die beschriebenen Bemessungsmodelle auch auf Bauteile aus Konstruktionsleichtbeton anwenden zu können.

Die Versuchskörper wurden so gestaltet, daß ihre Ergebnisse mit entsprechenden Untersuchungen an Normalbetonbalken des eigenen Instituts /15/, /16/ als auch des Otto-Graf-Instituts /17/ bzw. der ETH Zürich /18/ verglichen werden können. Es wurden dabei Versuche mit ungleichen Bewehrungsmengen von Bügel- und Längsbewehrung und mit hohen Schubbewehrungsgraden ausgesucht. Dadurch sollte geklärt werden, ob sich der Neigungswinkel der Druckstreben in Abhängigkeit von den Bewehrungsverhältnissen bei Leichtbetonbalken genau so variabel einstellen kann, wie bei Normalbetonbalken und ob die Druckstrebentragfähigkeit ausschließlich von der Betongüte und unabhängig von der Zuschlagart ist. Weiteres Ziel der Untersuchung war die Klärung der Frage, ob vorhandene

Biegerisse ähnlich wie bei Normalbetonbauteilen durch später auftretende Torsionsrisse gekreuzt werden.

## 2 Versuchskörper

### 2.1 Allgemeines

Die Versuchskörper wurden in den mit den Bildern 2.1 und 2.2 angegebenen Abmessungen in glatter Betoplanschaltung hergestellt. Die Verstärkungen mancher Balken dienen zur besseren Einleitung der Torsionsmomente bzw. der Verhinderung eines Versagens im Krafteinleitungsbereich.

In den Bildern 2.1 und 2.2 sind die wichtigsten Parameter der Versuchsbalken dargestellt; es muß zwischen Stahlleichtbeton- und Spannleichtbetonbalken unterschieden werden:

Bei den Stahlleichtbetonbalken wurde eine einheitliche Betongüte LB 35 angestrebt. Auch das Zuschlagmaterial war einheitlich. Variiert wurden:

- Querschnittsform (Voll- und Hohlkastenquerschnitt)
- Beanspruchung (Lastkombination und Verlauf)
- Bewehrung (Menge und Aufteilung)

Die Versuchsbalken mit Rechteck-Vollquerschnitt wurden in Anlehnung an die Stuttgarter Versuchsserie /17/ gestaltet, während die Hohlkasten-Querschnitte den Züricher Untersuchungen /18/ entsprachen.

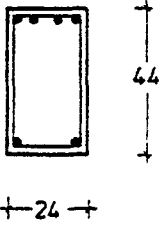
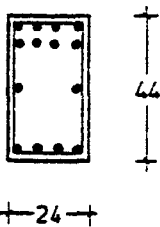
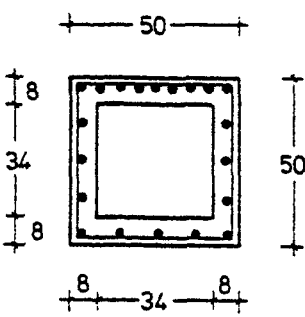
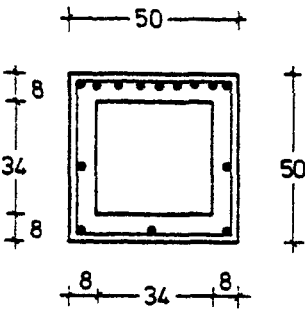
Versuchskörper	Balkenbez.	Längsstäbe BSt 420/500	Bügel BSt 420/500	Betongüte $\beta_w/\beta_p$ MPa	$E_b$ $10^3$ MPa	Bruchlast $T_u / M_u / Q_u$
	LBTMQ 1/1	oben 2 $\phi$ 16 unten 2 $\phi$ 16	$\phi$ 6 $e_B = 5$ cm	36,8 39,9	13,4	34,29 kNm — —
	Vergleichsb. VA 2 von Leonhardt	oben 2 $\phi$ 16 unten 2 $\phi$ 16	$\phi$ 6 $e_B = 5$ cm	26,5 20,5	27,0	37,08 kNm — —
	LBTMQ 1/2	oben 4 $\phi$ 16 unten 2 $\phi$ 16	$\phi$ 6 $e_B = 5$ cm	36,8 39,9	13,4	30,0 kNm -90,0+0,0 kNm 90,0 kN
	LBTMQ 2/1	oben 2 $\phi$ 22 seitl. 2 $\phi$ 12 unten 2 $\phi$ 12	$\phi$ 6 $e_B = 10$ cm	40,3 37,4	14,5	22,0 kNm — —
	Vergleichsb. VU 4 von Leonhardt	gleichmäßig über den Umt. verteilte Längsb. 24 $\phi$ 6	$\phi$ 6 $e_B = 10$ cm	25,5 19,6	24,0	26,0 kNm — —
	LBTMQ 2/2	oben 8 $\phi$ 22 seitl. 2 $\phi$ 12 unten 2 $\phi$ 12 2 $\phi$ 22	$\phi$ 14 $e_B = 12,5$ cm	40,3 37,4	14,5	34,0 kNm -400,0+0,0 kNm 228,6 kN
	LBTMQ 3/1	gleichmäßig über den Umt. vert. Längsb. 16 $\phi$ 16	$\phi$ 16 $e_B = 11$ cm	38,0 31,1	13,4	140,0 kNm — —
	Vergleichsb. T0 von Lampert / Thürlimann	gleichmäßig über den Umt. vert. Längsb. 16 $\phi$ 16	$\phi$ 16 $e_B = 11$ cm	45,22 36,20	31,0	207,0 kNm — —
	LBTMQ 3/2	16 $\phi$ 16 zusätzlich oben 4 $\phi$ 22	$\phi$ 12 $e_B = 5$ cm	38,0 31,1	13,4	140,0 kNm — —
	LBTMQ 4/1	oben 11 $\phi$ 12 seitl. 2 $\phi$ 12 unten 3 $\phi$ 12	$\phi$ 12 $e_B = 11$ cm	41,0 35,7	14,1	110,0 kNm — —
	Vergleichsb. T3 von Lampert / Thürlimann	oben 11 $\phi$ 12 seitl. 2 $\phi$ 12 unten 3 $\phi$ 12	$\phi$ 12 $e_B = 11$ cm	37,4 28,2	31,0	117,2 kNm — —
	LBTMQ 4/2	oben 11 $\phi$ 12 seitl. 2 $\phi$ 12 unten 3 $\phi$ 12	$\phi$ 12 $e_B = 7,5$ cm	41,0 35,7	14,1	70,0 kNm -280,0+0,0 kNm 130,2 kN

Bild 2.1: Übersicht über die Stahlleichtbetonversuchskörper

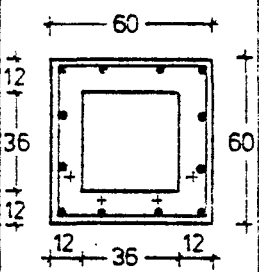
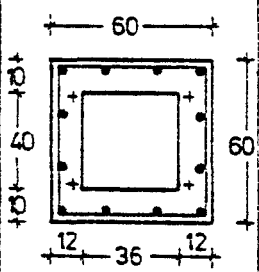
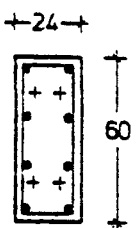
Versuchskörper	Balken - bezeichnung	Längs - stäbe BSt 420/500	Bügel BSt 420/500	Spann - bewehrung St 835/1030	Betongüte $\beta_w/\beta_p$ MPa	$E_b$ $10^3$ MPa	Bruchlast $T_u/M_u/Q_u$
	LBTMQ 5/1	oben 4 $\phi$ 10 seitl. 4 $\phi$ 14 unten 4 $\phi$ 14	$\phi$ 12 $e_B = 7,5$ cm	4 $\phi$ 26,5	67,0 54,0	16,6	223,9 kNm 820,0 kNm 410,0 kN
	Vergleichsb. STQ 6 von Kordina / Teutsch	oben 4 $\phi$ 10 seitl. 4 $\phi$ 14 unten 4 $\phi$ 14	Bereich I $\phi$ 12, $e_B = 7,5$ Bereich II $\phi$ 10, $e_B = 10$	4 $\phi$ 26,5	47,4 39,5	36,1	224,0 kNm 805,9 kNm 404,0 kN bzw. 0,0 kN
	LBTMQ 5/2	oben 4 $\phi$ 10 seitl. 4 $\phi$ 14 unten 4 $\phi$ 14	$\phi$ 10 $e_B = 10$ cm	4 $\phi$ 26,5	67,0 54,0	16,6	223,9 kNm 820,0 kNm 0,0 kN
	LBTMQ 6/1	oben 4 $\phi$ 20 seitl. 4 $\phi$ 20 unten 4 $\phi$ 20	$\phi$ 8 $e_B = 10$ cm	2 $\phi$ 26,5 unten	45,0 37,0	20,9	220,0 kNm 88,0 kNm 45,5 kNm
	Vergleichsb. STQ 7/STQ 8 von Kordina / Teutsch	oben 4 $\phi$ 10 seitl. 4 $\phi$ 10 unten 4 $\phi$ 10	Bereich I $\phi$ 8, $e_B = 10$ Bereich II $\phi$ 10, $e_B = 10$	Bereich I 2 $\phi$ 26,5 unten Bereich II 2 $\phi$ 26,5 unten 2 $\phi$ 26,5 oben	49,5 (47,5) 33,2 (43,0)	36,4 36,6	187,3 kNm (112,4) kNm -418,2 + 418,2 (-551,6 + 551,6) 418,2 (548,6)
	LBTMQ 6/2	oben 4 $\phi$ 20 seitl. 4 $\phi$ 20 unten 4 $\phi$ 20	$\phi$ 10 $e_B = 10$ cm	2 $\phi$ 26,5 unten 2 $\phi$ 26,5 oben	45,0 37,0	20,9	105,0 kNm -525,0 + 525,0 525,0 kN
	LBTMQ 7/1	oben 2 $\phi$ 20 seitl. 4 $\phi$ 20 unten 2 $\phi$ 20	$\phi$ 12 $e_B = 10$ cm	2 $\phi$ 26,5 unten	55,0 44,0	22,0	82,5 kNm 412,5 kNm 412,5 kN
	Vergleichsb. STQ 9 von Kordina / Teutsch	oben 2 $\phi$ 10 seitl. 4 $\phi$ 10 unten 2 $\phi$ 10	Bereich I $\phi$ 8, $e_B = 10$ Bereich II $\phi$ 10, $e_B = 10$	Bereich I 2 $\phi$ 26,5 Bereich II 2 $\phi$ 26,5 unten 2 $\phi$ 26,5 oben	52,5 41,0	33,6	73,2 kNm 38,8 + 154,1 64,6 kN
	LBTMQ 7/2	oben 2 $\phi$ 20 seitl. 4 $\phi$ 20 unten 2 $\phi$ 20	$\phi$ 12 $e_B = 10$ cm	2 $\phi$ 26,5 unten 2 $\phi$ 26,5 oben	55,0 44,0	22,0	90,75 kNm — —

Bild 2.2: Übersicht über die Spannleichtbetonversuchskörper

Bei den Spannleichtbetonbalken wurde eine Betongüte LB 45 angestrebt. Die Versuchsergebnisse sind vergleichbar mit denjenigen eigener Untersuchungen an Spannbetonbalken /15/.

Wie aus Bild 2.2 zu ersehen ist, wurden bei den Spannleichtbetonbalken die folgenden Parameter variiert:

- Vorspannung (Lage, Größe)
- Querschnittsform (Voll- und Hohlkastenquerschnitt)
- Beanspruchung (Lastkombination und Verlauf)
- Schlaffbewehrung (Menge und Aufteilung)

Ein Großteil der Stahlleicht- als auch Spannleichtbetonbalken waren derart konzipiert, daß ein Balkenbereich kombinierte Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion und der andere ausschließlich Torsionsbeanspruchung erfuhr. Dadurch gelang es bei 5 Versuchsbalken zwei getrennte Bruchzonen zu erzeugen und an einem Versuchsbalken sowohl die Traglast unter reiner Torsion- als auch unter kombinierter Torsionsbeanspruchung zu ermitteln.

## 2.2 Bewehrung

Die Verteilung bzw. Anordnung der schlaffen Bewehrung im Querschnitt ist in den Bildern 2.1 und 2.2 dargestellt. Die Kennwerte der verwendeten Stähle können Tabelle 2.1 entnommen werden.

### 2.2.1 LBTMQ1

Der Versuchsbalken LBTMQ1 wurde bewehrungsmäßig so ausgebildet, daß er in seinem ausschließlich torsionsbeanspruchten Bereich 1 dem Versuchsbalken VA2 von Leonhardt/Schelling /17/ entsprach. Zur Erhöhung der Biegetragfähigkeit wurden im Bereich 2 in der Biegezugzone zusätzlich 2 Längsstäbe  $\emptyset$  16 mm eingelegt.

### 2.2.2 LBTMQ2

Die Bewehrungsmenge in dem mit reiner Torsionsbeanspruchung belasteten Balkenteil entspricht dem Vergleichsbalken VU4 von Leonhardt/Schelling /17/. Während die Bügelbewehrung identisch ist, wurde die große Anzahl der beim VU4 über den Balkenumfang verteilten Längsbewehrungsstäbe durch eine mengenmäßig etwa gleiche Bewehrung bestehend aus 6 Längsstäben ersetzt.

In dem durch Lastkombination beanspruchten Teil wurde zur Erzielung eines Druckstrebenbruches sowohl die Bügel- als auch die Längsbewehrung erheblich erhöht.

Balken	Betonstahl				Spannstahl			
	Nenn- durch- messer	Quer- schnitt- fläche	Streck- grenze	Zugfe- stigm.	Nenn- durch- messer	Quer- schnitt- fläche	Streck- grenze	Zugfe- stigm.
	mm	cm <sup>2</sup>	MPa	MPa	mm	cm <sup>2</sup>	MPa	MPa
LBTMQ1	6,0	0,305	442,2	529,8				
	8,0	0,511	417,4	485,2				
	16,0	2,051	443,7	537,6				
LBTMQ2	6,0	0,305	442,2	529,8				
	12,0	1,177	450,0	531,9				
	14,0	1,563	458,5	564,7				
	22,0	3,881	466,4	576,7				
LBTMQ3	12,0	1,149	444,0	510,3				
	16,0	2,018	440,3	518,0				
	22,0	3,871	529,7	596,0				
LBTMQ4	12,0	1,149	444,0	510,3	26,5	5,431	891,3	1098
LBTQM5	10,0	0,795	436,0	509,3				
	12,0	1,141	431,0	515,3				
	14,0	1,557	420,0	528,0				
LBTMQ6	8,0	0,492	470,0	526,3				
	10,0	0,777	447,0	509,7				
	20,0	3,246	436,7	532,7				
LBTMQ7	8,0	0,492	470,0	526,3	26,5	5,425	894,7	1091
	10,0	0,777	447,0	520,3				
	12,0	1,137	420,0	507,0				
	20,0	3,163	492,3	577,3				

Tabelle 2.1: Kennwerte der bei den Versuchsbalken verwendeten Beton - und Spannstähle

### 2.2.3 LBTMQ3

Dieser Versuchsbalken ist im Bereich I identisch mit dem Versuchsbalken TO von Lampert/Thürlimann /18/. Da zu erwarten war, daß dieser Balken durch Druckstrebenbruch versagt, wurde im Bereich II der Bügelquerschnitt und -abstand unter Einhaltung des Bügelbewehrungsgrades reduziert, um einen evtl. Einfluß der Größe des Bügeldurchmessers auf die Druckstrebentragfähigkeit studieren zu können. Zur Vermeidung eines Biegebruches wurden noch zusätzlich im Bereich II 4  $\emptyset$  22 mm in der Biegezugzone eingelegt.

### 2.2.4 LBTMQ4

Die Bewehrungsmenge, -anordnung und -verteilung des Versuchsbalkens LBTMQ4 entspricht im auf reiner Torsionsbeanspruchung belasteten Balkenteil dem Vergleichsbalken T3 von Lampert/Thürlimann /18/.

In dem durch Biegung, Querkraft und Torsion beanspruchten Balkenteil wurde wegen der größeren Schubbeanspruchung ein engerer Bügelabstand als im o.a. Balkenbereich angeordnet.

### 2.2.5 LBTMQ5

Der Balken LBTMQ5 ist vorgespannt und besitzt Hohlkastenquerschnitt. Er entspricht sowohl in seinen Abmessungen als auch hinsichtlich der Bewehrungsverteilung und -anordnung dem Versuchsbalken STQ6 von Kordina/Teutsch /15/.

### 2.2.6 LBTMQ6

Die Bügelbewehrungsanordnung des Versuchsbalkens LBTMQ6 entspricht den Vergleichsbalken STQ7 und STQ8 von Kordina/Teutsch /15/. Lediglich die schlaffe Längsbewehrung des LBTMQ6 wurde stärker ausgebildet um den Einfluß einer



ungleichen Bewehrungsanordnung auf das Tragverhalten studieren zu können.

#### 2.2.7 LBTMQ7

Der vorgespannte Leichtbetonbalken LBTMQ7 mit Rechteckquerschnitt entspricht dem Versuchsbalken STQ9 von Kordina/Teutsch. Sowohl die Bügel- als auch die Betonstahllängsbewehrung wurden jedoch stärker ausgebildet, um ein vorzeitiges Fließen der Bewehrung zu verhindern.

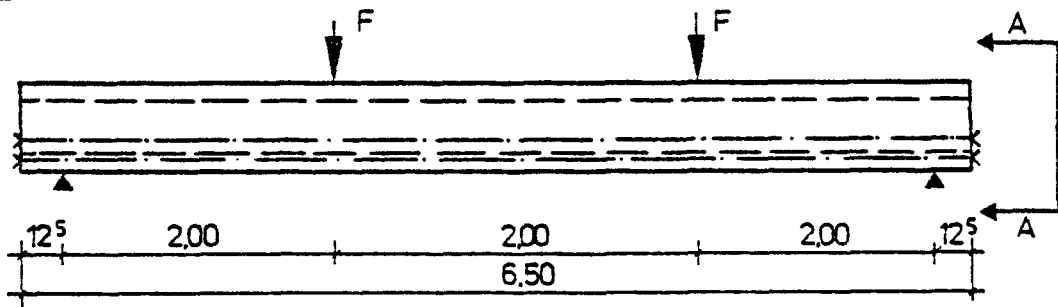
#### 2.3 Vorspannung

Die Erzeugung der Vorspannung bei den 3 Spannbetonbalken erfolgte mit Hilfe des Dywidag-Spannverfahrens. Die ausnahmslos geradlinig geführten Spannglieder aus Gewindestahl St 835/1030 wurden in profilierten Hüllrohren verlegt und etwa eine Woche vor Versuchsbeginn vorgespannt und mit Einpreßmörtel injiziert. In der Regel wurden die Spannglieder im Innern verankert und einseitig vorgespannt.

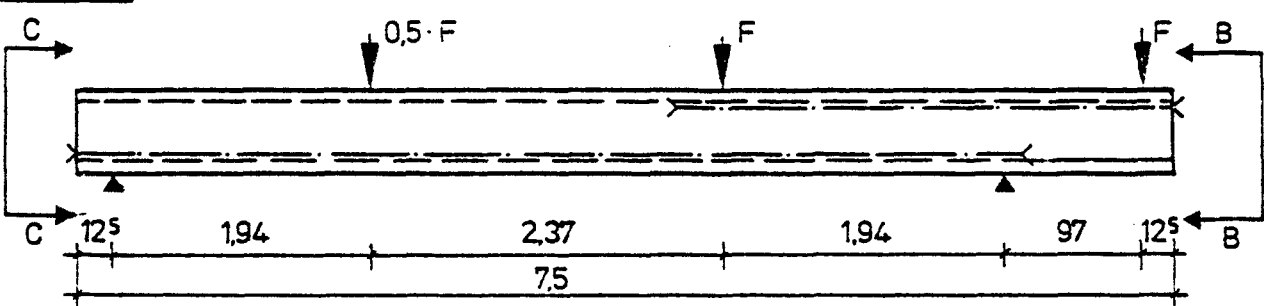
Die Lage und Anordnung der Spannglieder sowie die Größe der aufgetragenen Vorspannkräfte der jeweiligen Versuchsbalken kann dem Bild 2.3, die Festigkeitseigenschaften der verwendeten Spannstähle Tabelle 2.1 entnommen werden.

Das Anmachen des Zementmörtels sowie das mit einer Handpresse vorgenommene Einpressen in die Hüllrohre wurde in Anlehnung an DIN 4227, Teil 5 vorgenommen. Dem PZ 45F wurde als Einpreßhilfe 1 % Tricosal zugesetzt.

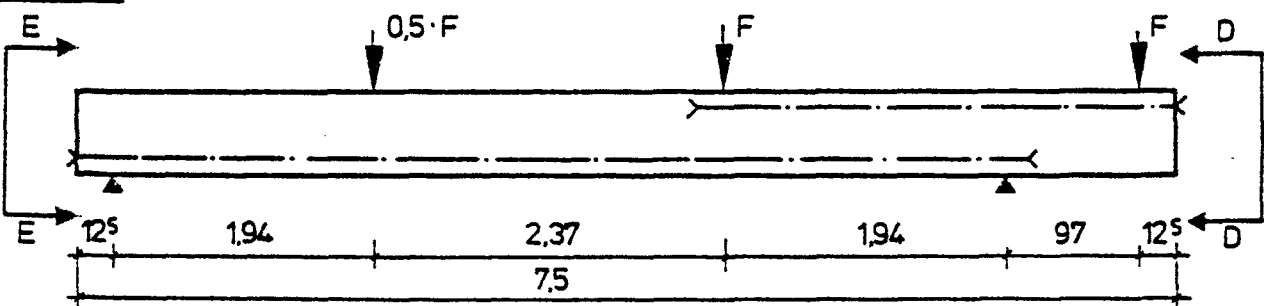
LBTMQ 5



LBTMQ 6



LBTMQ 7



Schnitt

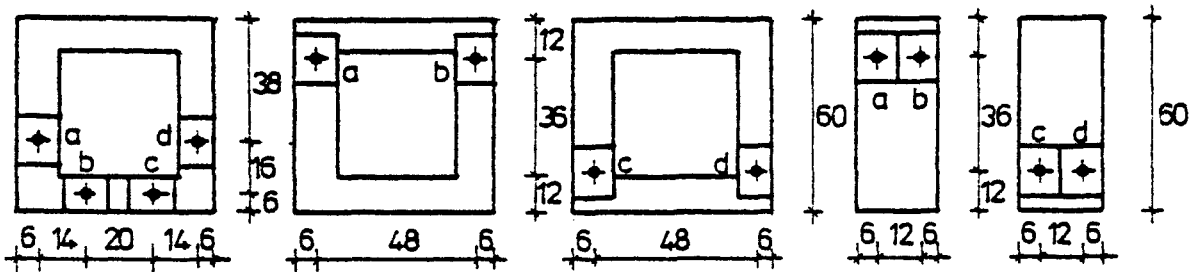
A - A

B - B

C - C

D - D

E - E



Versuchsbalken	Vorspannkraft bei Versuchsbeginn [kN]			
	Stab a	Stab b	Stab c	Stab d
LBTMQ 5	298,7	300,9	285,4	311,7
LBTMQ 6	295,1	292,3	313,5	307,5
LBTMQ 7	272,7	278,2	294,0	289,3

Spannstahl :  
Gewindestahl  $\varnothing 26,5$  mm  
St 835/1030  
Ankerplatte 12/14 cm

Bild 2.3: Spanngliedordnung und -führung der Versuchsbalken

## 2.4 Zusammensetzung und Festigkeitseigenschaften des Betons

Für die Leichtbetonversuchskörper wurde eine Betonnennfestigkeit LB 35 und für die Spannleichtbetonkörper eine solche von LB 45 angestrebt.

Das Mischungsrezept für die Leichtbetone erforderte besondere Überlegungen: zur Zeit werden zwei verschiedenartige Leichtzuschläge, nämlich Blähton und Blähschiefer auf dem Markt angeboten. Die Entwicklung zeigt jedoch, daß die Anwendungshäufigkeit des Blähschiefers als Zuschlagsart für Konstruktionsleichtbeton stark rückläufig ist. Deshalb wurden für die Versuchskörper Zuschläge aus Blähton verwandt, und zwar für die Stahlleichtbetonbalken das Produkt "Poropor" von den Tonwerken Stedum/Hannover mit einer Schüttdichte von  $600 \text{ kg/m}^3$  und einer Kornrohddichte von  $1,3 \text{ kg/dm}^3$  und für die Spannleichtbetonbalken "Liapor 8" der Firma Lias-Franken mit einer Schüttdichte von  $800 \text{ kg/m}^3$  und einer Rohddichte von  $1,5 \text{ kg/dm}^3$ . Selbstverständlich ist mit der Wahl der Zuschläge keine Wertung verbunden.

Die Mischungszusammensetzung des LB 35 wurde in Vorversuchen auf die gewünschte Festigkeit abgestimmt.

Die Mischungsrezeptur des Betons der Spannleichtbetonbalken stellte die Firma Lias-Franken zusammen; sie entsprach derjenigen des bei der Brücke Köln-Deutz verwendeten LB 45. Die Ermittlung der Betondruckfestigkeit anhand der Begleitkörper des Versuchsbalkens LBTMQ5 ergab jedoch eine höhere als die angestrebte Festigkeit. Deshalb wurde bei den nachfolgenden Versuchskörpern die Rezeptur leicht modifiziert, um die gewünschte Festigkeitsklasse LB 45 zu erreichen.

Zuschlagsart pro m <sup>3</sup> frisch verdichtetem Beton in kg		Versuchsbalken						
		LBTMQ1	LBTMQ2	LBTMQ3	LBTMQ4	LBTMQ5	LBTMQ6	LBTMQ7
Zement		376 <sup>1)</sup>	367 <sup>1)</sup>	367 <sup>1)</sup>	367 <sup>1)</sup>	350 <sup>1)</sup>	300 <sup>2)</sup>	300 <sup>2)</sup>
Wasser		200	213	233	217	133	139	117
Saugwasser		80	67	67	67	73	71	59
Natursand 0/2 mm		265	270	265	265	453	672	685
Blähton	0/2 mm	214	214	214	214	-	-	-
	2/4 mm	86 <sup>3)</sup>	86 <sup>3)</sup>	86 <sup>3)</sup>	86 <sup>3)</sup>	-	-	-
	4/8 mm	124 <sup>3)</sup>	124 <sup>3)</sup>	150 <sup>3)</sup>	150 <sup>3)</sup>	255 <sup>4)</sup>	205 <sup>4)</sup>	205 <sup>4)</sup>
	8/16 mm	296 <sup>3)</sup>	296 <sup>3)</sup>	277 <sup>3)</sup>	277 <sup>3)</sup>	586 <sup>4)</sup>	470 <sup>4)</sup>	470 <sup>4)</sup>
Rechnerische Frischbetonroh- dichte in kg/m <sup>3</sup>		1641	1637	1659	1643	1850	1857	1836
Ermittelte Frischbetonroh- dichte in kg/m <sup>3</sup>		1690	1680	1690	1650	1870	1940	1980
Rohdichte nach 28 Tagen in kg/m <sup>3</sup>		1650	1630	1630	1630	1830	1900	1940
Ausbreitmaß		38,1	38,5	54,9	51,7	44,0	44,3	45,8

1) PZ 45 F

2) PZ 35 F

3) Tonwerke Stedum

4) Liapor

**Tabelle 2.2: Zusammensetzung und Eigenschaften des Frischbetons**

Die Zusammensetzung sowie die Eigenschaften des Frischbetons der einzelnen Versuchsbalken kann der Tabelle 2.2 entnommen werden.

Zur Ermittlung der Festigkeitseigenschaften des Betons wurden Würfel, Spaltzugkörper und Prismen gemeinsam mit den Versuchskörpern hergestellt. Ihre Prüfung erfolgte im Alter von 28 Tagen bzw. unmittelbar vor der Versuchsdurchführung. Die Ergebnisse sind in Tabelle 2.3 zusammengestellt.

Balken	Betonkennwerte bei Versuchsbeginn					
	Alter	Druckfestigkeit		Verhält-	E-Modul	Biegezug-
		Würfel	Zylinder	nis		festig-
		$\beta_w$	$\beta_D$	$\beta_w/\beta_D$	$E_D$	keit
	Tage	MPa	MPa	-	$\times 10^3$ MPa	MPa
LBTMQ1	28	36,8	39,9	1,08	13,4	2,25
LBTMQ2	17	40,3	37,4	0,93	14,5	2,17
LBTMQ3	27	38,0	31,1	0,82	13,4	2,64
LBTMQ4	39	41,0	35,7	0,92	14,1	1,72
LBTMQ5	28	67,0	54,0	0,81	16,6	2,22
LBTMQ6	21	45,0	37,0	0,82	20,9	2,50
LBTMQ7	27	55,0	44,0	0,80	22,0	2,74

Tabelle 2.3: Festigkeitskennwerte der bei den Versuchsbalken verwendeten Betone

### 3 Versuchseinrichtung

Das statische System und die Lastanordnung der Versuchskörper kann den Bildern der Anlage A1 - A7 entnommen werden. Die Einleitung der Torsionsmomente erfolgte an den beiden Auflagern mittels einer Kragkonstruktion, die durch eine Zugstange mit einer auf der Prüffelddecke befestigten Zugpresse verbunden war. Soweit die Versuchskörper einer Belastung aus Biegung, Querkraft und Torsion unterworfen wurden, lag als statisches System ein Einfeldträger mit Kragarm zugrunde. Die Querkräfte erzeugten dabei zwei Pressen, von welchen jeweils eine am Kragarmende und eine im Feld angeordnet waren. Die Belastung wurde dabei so gewählt, daß nur der Stützbereich eine Beanspruchung aus Querkraft und Biegemoment erhielt.

Beim LBTMQ5 wurde die Biegebelastung durch zwei in den Drittelpunkten stehende Pressen aufgebracht, die Art der Lastaufbringung entsprach völlig dem Vergleichsbalken STQ6.

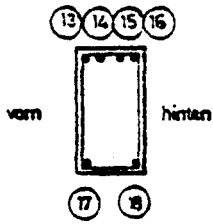
Beim LBTMQ6 und LBTMQ7 entsprach das statische System - Einfeldträger mit Kragarmbelastung - in etwa den Versuchsbalken STQ7-10 von Kordina/Teutsch /15/.

### 4 Meßvorrichtung

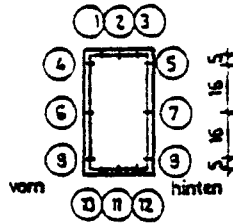
In jeder Laststufe erfolgte eine Messung der zur Beurteilung des Trag- und Verformungsverhaltens der Balken signifikanten Daten. In den Bildern A1 - A7 sind die Meßquerschnitte dargestellt.

Die Stahldehnungen wurden mit Hilfe von Dehnmeßstreifen gemessen. Die Verteilung der Meßquerschnitte über die Längsachse ist aus den Bildern A1 - A7, die Anordnung der Dehnmeßstreifen an der Bewehrung in diesen Querschnitten ist aus Bild 2.4 zu ersehen.

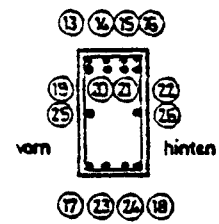
LBTMQ 1 (Längsstähle)



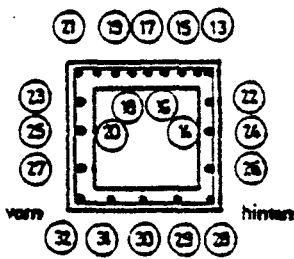
LBTMQ 1+2 (Bügel)



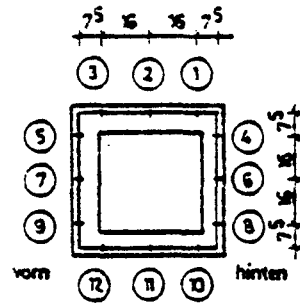
LBTMQ 2 (Längsstähle)



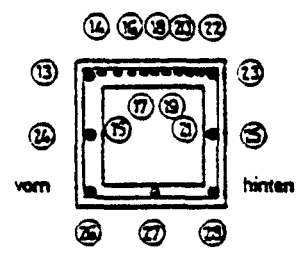
LBTMQ 3 (Längsstähle)



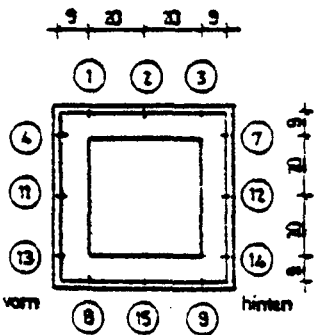
LBTMQ 3+4 (Bügel)



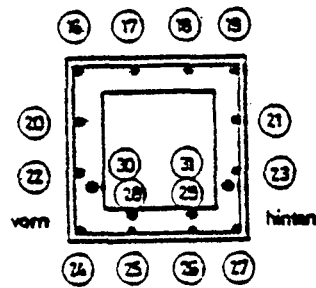
LBTMQ 4 (Längsstähle)



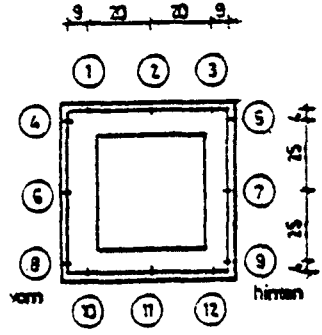
LBTMQ 5 (Bügel)



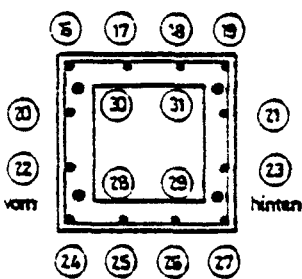
LBTMQ 5 (Längsstähle)



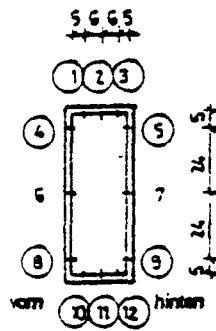
LBTMQ 6 (Bügel)



LBTMQ 6 (Längsstähle)



LBTMQ 7 (Bügel)



LBTMQ 7 (Längsstähle)

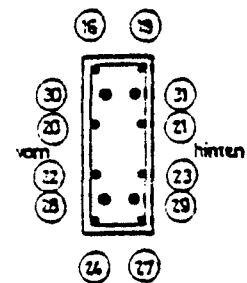


Bild 2.4: Anordnung der Stahldehnmeßstreifen in den Meßquerschnitten der Versuchsbalken

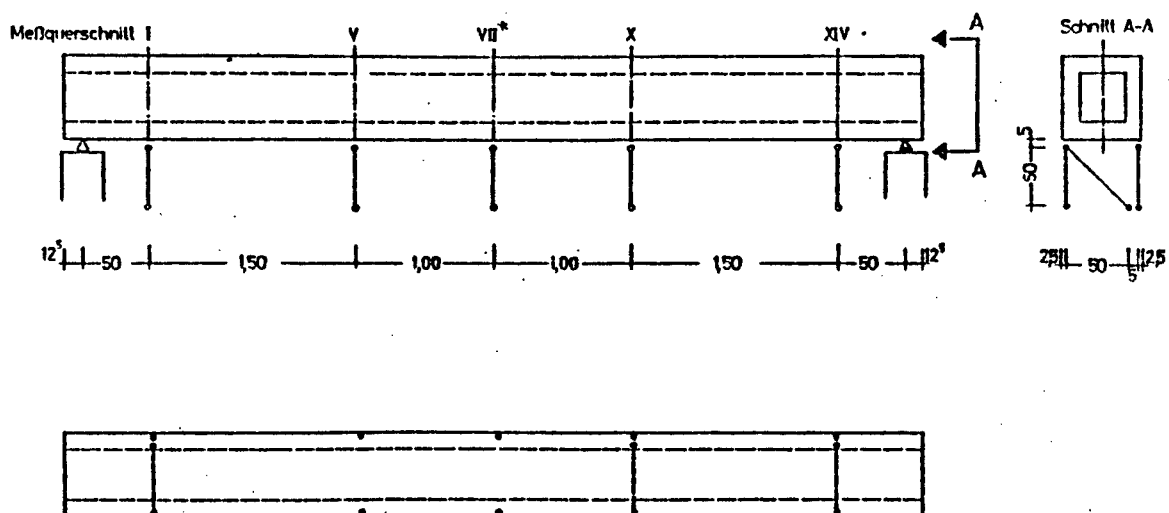
Die Messung der Betonranddehnungen erfolgte durch Setzdehnungsmesser mit der Basislänge von 10 cm. Die Anordnung der Setzdehnungsmeßstrecken an der Oberfläche der Versuchsbalken ist in Bildern der Anlage A8-A10 dargestellt. An der Oberseite sowie in den schwach schubbeanspruchten Bereichen an den Längsseiten wurden Meßrosetten aus Setzdehnungsmeßstrecken gebildet. Mit ihrer Hilfe ist es möglich, auch die Hauptdehnungen des Betons sowie deren Neigungswinkel zur Längsachse zu ermitteln.

Die zur Stauchungsmessung der Betondruckstreben in Strebenrichtung benötigten Meßstellen wurden zur Vermeidung von Beeinträchtigungen durch Risse erst nach Rißbildung angebracht.

Die Durchbiegungen und Torsionsverdrehungen der Balken wurden mit induktiven Wegaufnehmern gemessen, deren Anordnung für den Versuchsbalken LBTMQ5 aus dem Bild 2.5 zu ersehen ist.

Sämtliche elektronische Messungen wurden mit einer Vielstellenmeßanlage vom Typ Hottinger vorgenommen.

Die Rißentwicklung der Balken wurde laststufenweise registriert und die Rißbreiten ausgewählter Risse längs vorgegebener Meßlinien mit Rißlupen bzw. mit einer Rißbreitenkamera bestimmt.



**Bild 2.5:** Anordnung der induktiven Weggeber zur Bestimmung der Balkenverformungen beim Versuchsbalken LBTMQ5



## 5 Durchführung der Versuche

### 5.1 Allgemeines

Die Belastungsaufbringung erfolgte bei allen Balken stufenweise. In der Regel wurde zuerst eine Biegebeanspruchung bis zur 1,1-fachen Gebrauchslast und danach das Torsionsmoment aufgebracht. Zwei Minuten nach jeder Lastaufbringung erfolgte eine Ablesung der Meßwerte der an der Bewehrung angebrachten Dehnmeßstreifen sowie der induktiven Weggeber über eine automatische Meßanlage von Hottinger. Parallel dazu wurden die Betondehnungen gemessen. Nach Überschreiten der Rißlast erfolgte eine Aufzeichnung des Rißbildes sowie die Bestimmung der Rißbreiten entlang vorher festgelegter Meßlinien mit einem Meßmikroskop bzw. mit einer Rißbreitenkamera.

Jeder Versuchsbalken wurde einer Biegeschwellbeanspruchung im Gebrauchslastbereich mit 10.000 Lastwechseln unterworfen. Das Torsionsmoment war während dieser Schwellbeanspruchung unverändert und entsprach der oberen Grenze des Gebrauchslastbereiches.

### 5.2 Versuchskörper LBTMQ1

Der Versuchskörper LBTMQ1 wurde zuerst einer Biegebeanspruchung in Gebrauchslasthöhe bis  $M_{\max} = 80,0 \text{ kNm}$  unterworfen. Das statische System (Einfeldbalken mit Kragarm) und die Belastung (Einzellast auf dem Kragarm und im Feld) wurden dabei so gewählt, daß nur ein Teil des Versuchskörpers zunächst einer Biegebeanspruchung unterworfen wurde, um anschließend den Einfluß vorgeprägter Biegerisse auf das Torsionstragverhalten studieren zu können.

Die ersten sichtbaren Biege- und Torsionsrisse traten im Stützbereich

Nach der

$M_{max} = 20$

der Balken

ent von

Stützen

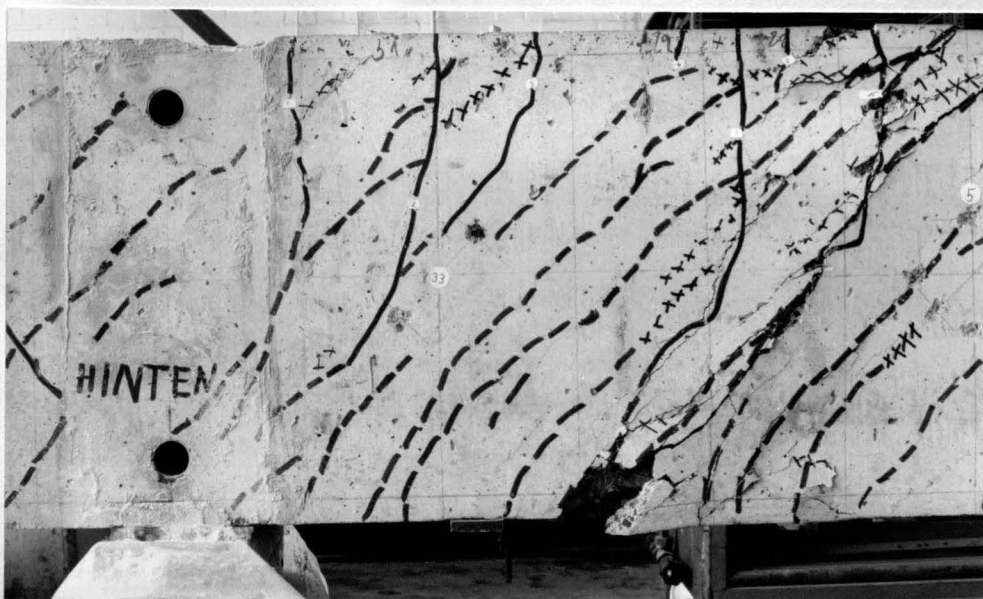
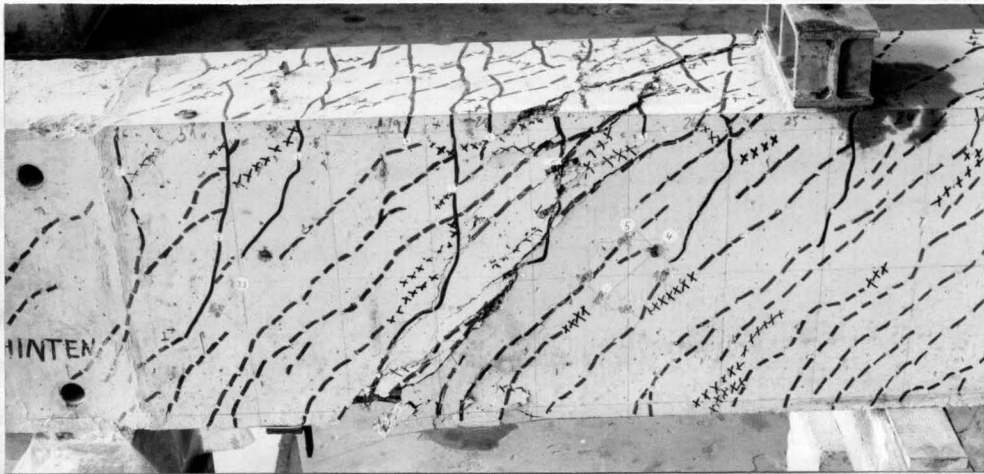
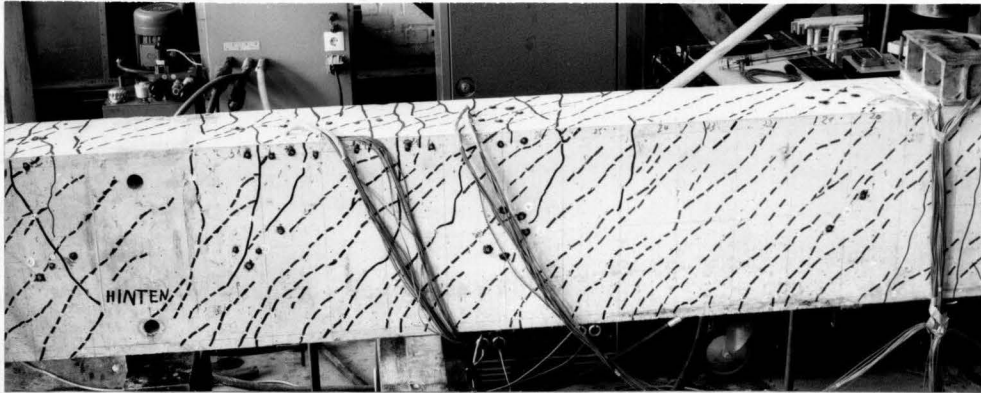


Bild 5.1: Versagensbereiche des Versuchskörpers LBTMQ1

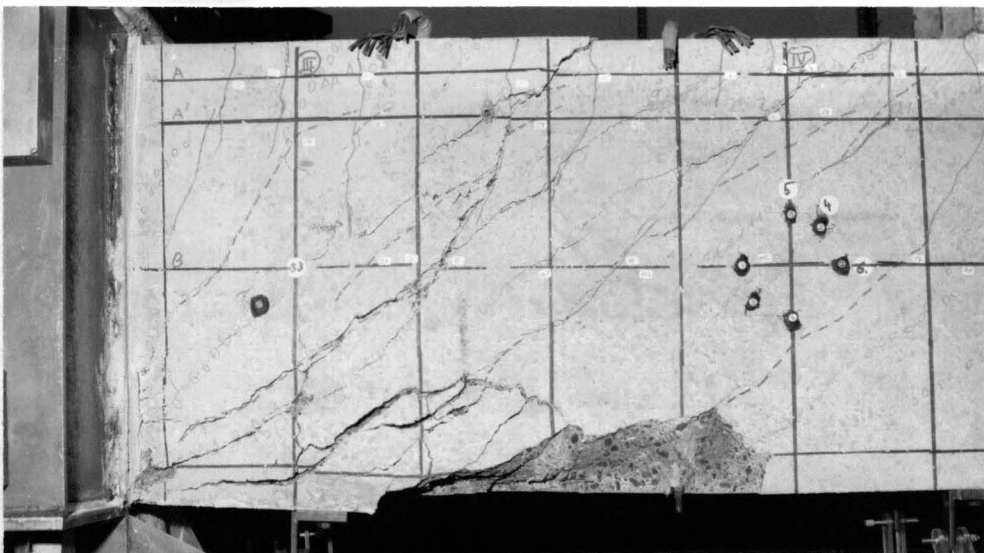
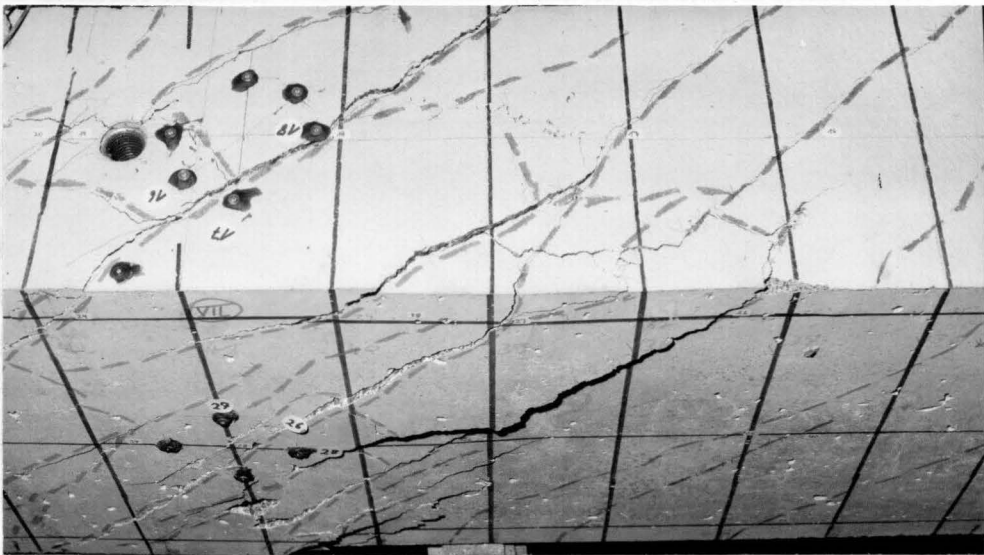
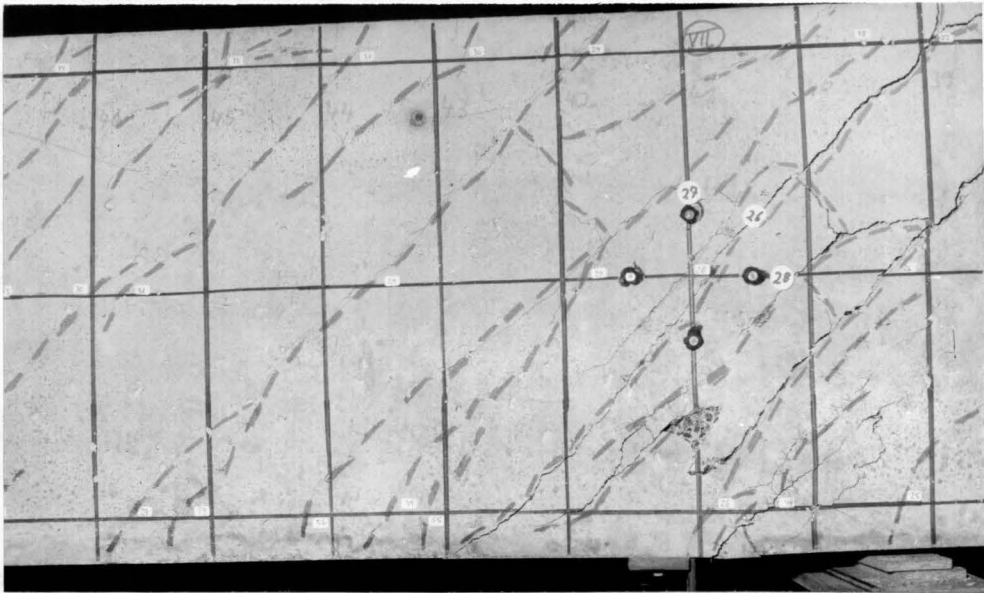
Die ersten sichtbaren Biegerisse traten im Stützenbereich bei einer Beanspruchung von  $M_{\max} = 50,0 \text{ kNm}$  auf. Nach der Biegeschwellbeanspruchung mit einer Unterlast von  $M_{\max} = 20 \text{ kNm}$  und einer Oberlast von  $M_{\max} = 80,0 \text{ kNm}$  wurde der Balken einer reinen Torsionsbeanspruchung unterworfen.

Dabei entwickelten sich bei einem Torsionsmoment von  $15,0 \text{ kNm}$  die ersten Torsionsrisse. In denjenigen Balkenbereichen, in denen Biegerisse vorhanden waren, erfolgte in dieser Laststufe eine Verlängerung der Biegerisse über die Querschnittshöhe. Bei höheren Beanspruchungsgraden erfolgte eine Überkreuzung der Biegerisse mit den etwa  $45^\circ$  gegen die Längsachse geneigten Torsionsrissen (siehe Bild 5.1a). Der Balken versagte bei einem Torsionsmoment von  $34,3 \text{ kNm}$ . Der Versagensort konnte nicht genau lokalisiert werden, er lag im Bereich zwischen den Meßquerschnitten V und VII.

Nach dem ersten Versagen wurde der Teil des Prüfkörpers zwischen dem Meßquerschnitt I und V erneut belastet und einer Beanspruchungskombination aus Biegung, Querkraft und Torsion unterworfen. Für jede Laststufe wurden zuerst die Biege- und danach die Torsionsmomente aufgebracht. Das Verhältnis  $M_{\max}/T = 3,0$  war bis zum Bruch konstant. Das Versagen trat bei einem Torsionsmoment  $T = 30,0 \text{ kNm}$  ein. Der Bruch erfolgte im Bereich zwischen den Meßquerschnitten III und V. Hier bildete sich ein breit klaffender Riß an der Balkenseite aus, an der die Schubspannungen aus Torsion und Querkraft gleiches Vorzeichen besitzen (Bild 5.1b und 5.1c). Außerdem konnte eine Zerstörung der Biegedruckzone festgestellt werden.

### 5.3 Versuchskörper LBTMQ2

Die Versuchskörper LBTMQ1 und LBTMQ2 besaßen die gleichen geometrischen Abmessungen sowie die gleiche Querschnittsart (Vollquerschnitt). Auch die Belastungsaufbringung erfolgte gleichartig. Unterschiedlich waren lediglich die Bewehrungsverhältnisse.



**Bild 5.2:** Versagenszone des Versuchsbalkens LBTMQ2

Der LBTMQ2 wurde zuerst einer Biegebeanspruchung bis  $M_{\max} = 210 \text{ kNm}$  unterworfen. Die ersten sichtbaren Risse traten bei einem maximalen Biegemoment von  $90 \text{ kNm}$  auf. Nach der Biegeschwellbeanspruchung mit einer Unterlast von  $M_{\max} = 52,5 \text{ kNm}$  und einer Oberlast von  $M_{\max} = 210 \text{ kNm}$  wurde der Balken einer reinen Torsionsbeanspruchung unterworfen.

Dabei zeigte sich ein ähnliches Rißverhalten wie beim LBTMQ1. Der Balken versagte bei einem Torsionsmoment von  $22,0 \text{ kNm}$  im Bereich zwischen den Meßquerschnitten VI und VII. In dem Versagensbereich bildete sich ein breit aufklaffender, wendelartig um den Balken laufender Riß aus (siehe Bild 5.2).

Nach dem ersten Versagen wurde der LBTMQ2 im Bereich der Meßstellen I - V erneut belastet und einer Beanspruchungskombination aus Biegung, Querkraft und Torsion unterworfen. Wie beim LBTMQ1 wurde für jede Laststufe zuerst die Biege- und danach die Torsionsbeanspruchung aufgebracht. Das Verhältnis  $M_{\max}/T$  betrug bis kurz vor dem Versagenszustand  $15,0$ . Das Versagen trat bei einem Biegemoment von  $400,0 \text{ kNm}$  und einem Torsionsmoment von  $34,0 \text{ kNm}$  auf. Bruchzone war der Bereich zwischen den Meßquerschnitten III und IV. Neben breit klaffenden Rissen an der durch Torsions- und Schubspannungen beanspruchten Balkenseite zeigten sich im Versagensbereich Abplatzungen an den Querschnittsecken der Biegedruckzone (s. Bild 5.2).

#### 5.4 Versuchskörper LBTMQ3

Die Versuchskörper LBTMQ3 und LBTMQ4 besaßen die gleichen geometrischen Abmessungen (Hohlquerschnitt). Der Versuchskörper LBTMQ3 wurde zuerst einer Biegebeanspruchung in Gebrauchslasthöhe bis  $M_{\max} = 160 \text{ kNm}$  unterworfen. Das statische System der Einfeldbalken mit beidseitigem Kragarm wurde deshalb gewählt, damit ein über den Meßbereich einheitliches Biegeriðbild entstand.





Bild 5.3: Bruchzone des Versuchskörpers LBTMQ3

Die ersten sichtbaren Risse traten bei einem Biegemoment von 40 kNm auf. Nach der Biegeschwellbeanspruchung mit einer Unterlast  $M_{\max} = 26,20 \text{ kNm}$  und einer Oberlast von  $M_{\max} = 131,0 \text{ kNm}$  wurde der Balken einer reinen Torsionsbeanspruchung unterworfen. Die ersten Torsionsrisse entwickelten sich aus den vorhandenen Biegerissen. Erst bei höheren Beanspruchungsgraden konnte eine Überkreuzung der Biegerisse beobachtet werden. Der Bruch trat bei einem Torsionsmoment von 140 kNm im Bereich des Meßquerschnittes VI auf (siehe Bild 5.3). In dem Versagensbereich war eine Abplattung der außerhalb der Bügel gelegenen Betonschicht vor allem in den Querschnittsecken festzustellen. Der Balken war derart zerstört, daß er für einen weiteren Versuch nicht mehr verwendet werden konnte.

### 5.5 Versuchskörper LBTMQ4

Der Versuchskörper LBTMQ4 wurde zuerst einer Biegebeanspruchung in Gebrauchslasthöhe bis  $M_{\max} = 120 \text{ kNm}$  unterworfen. Im Gegensatz zum geometrisch gleichen LBTMQ3 wurde das dabei zugrunde gelegte statische System (Einfeldbalken mit Kragarm und Einzellast auf dem Kragarm und im Feld) so gewählt, daß nur ein Teil des Versuchskörpers der Biegebeanspruchung unterworfen wurde. Die ersten sichtbaren Risse traten im Stützenbereich bei einer Beanspruchung von  $M_{\max} = 40 \text{ kNm}$  auf.

Nach der Biegeschwellbeanspruchung mit einer Unterlast  $M_{\max} = 30,0 \text{ kNm}$  und einer Oberlast von  $M_{\max} = 120 \text{ kNm}$  wurde der Balken einer reinen Torsionsbeanspruchung unterworfen.

Die ersten sichtbaren Torsionsrisse wurden in dem von Biegung ungestörten Balkenbereich bei einem Torsionsmoment von  $30,0 \text{ kNm}$  festgestellt. Wie bei den vorher geprüften Versuchsbalken erfolgte bei höheren Beanspruchungsgraden eine Überkreuzung von Torsions- mit bereits vorhandenen Biegerissen. Der Bruch trat bei einem Torsionsmoment von  $110,0 \text{ kNm}$  in dem durch Biegebeanspruchung ungestörten Bereich zwischen den Meßquerschnitten VII und VIII auf. Im Versagensbereich kam es dabei zu einer völligen Zerstörung der Druckstreben vor allem im Stegbereich (siehe Bild 5.4).

Nach dem ersten Versagen wurde der LBTMQ4 im Bereich der Meßstellen I - VI einer Beanspruchungskombination aus Biegung, Querkraft und Torsion unterworfen. Dabei wurde in jeder Laststufe zuerst die Biege- und danach die Torsionsbeanspruchung aufgebracht.

Das Verhältnis  $M_{\max}/T$  betrug während der ganzen Lastgeschichte  $4,0$ . Das Versagen trat bei einem Torsionsmoment von  $70,0 \text{ kNm}$  und einem Biegemoment von  $280 \text{ kNm}$  im Kragarmauflagerbereich auf. In der Versagenszone kam es zwischen Meßquerschnitt III und IV zu einer Zerstörung der Biegedruckzone sowie des Stegbereiches (siehe Bild 5.4).

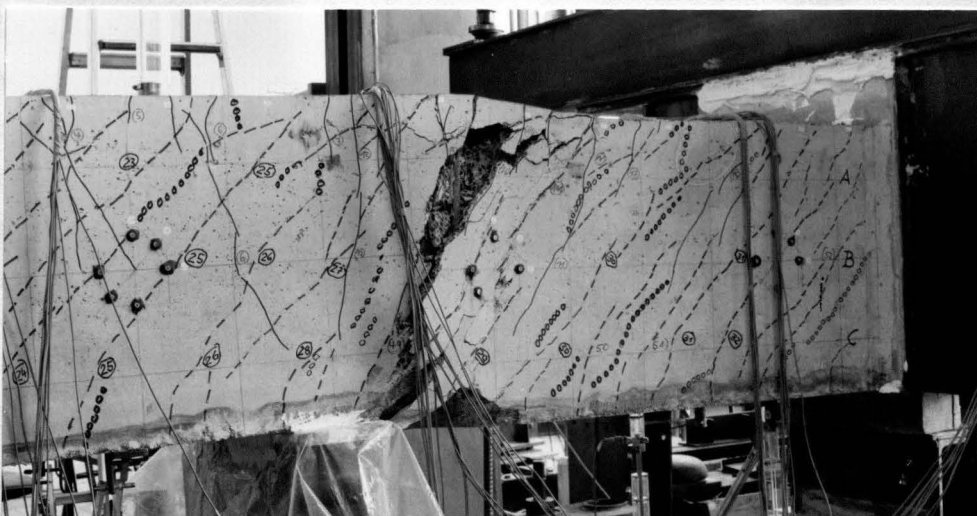
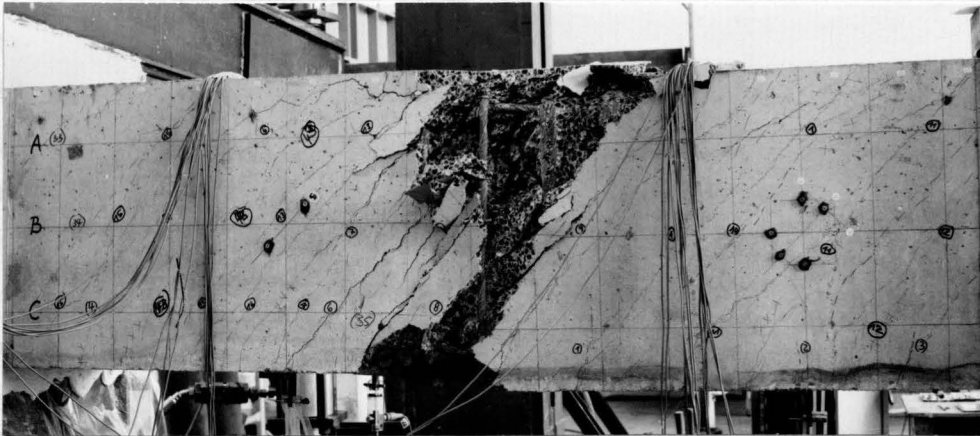
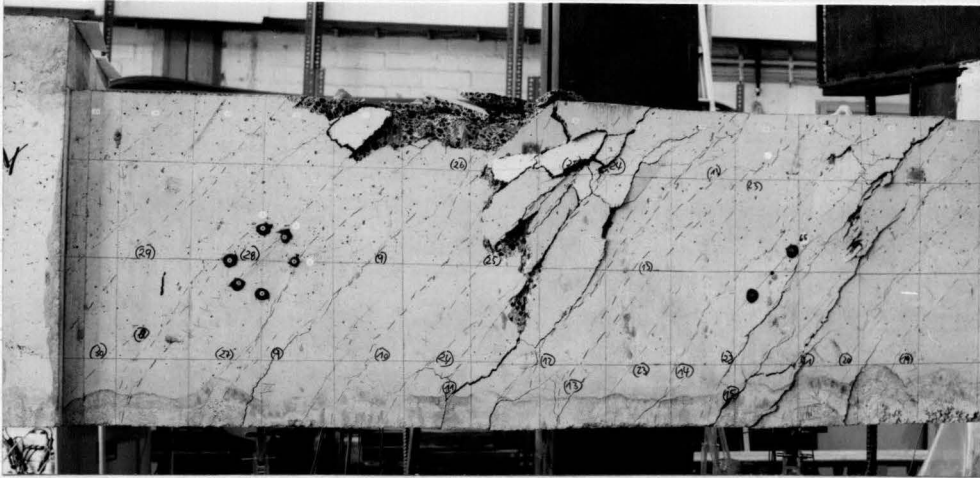


Bild 5.4: Versagenszonen des Versuchskörpers LBTMQ4



### 5.6 Versuchskörper LBTMQ5

Der Versuchskörper LBTMQ5 entsprach einem bereits im Rahmen eines anderen Forschungsvorhabens geprüften Versuchsbalkens STQ6 aus Normalbeton (siehe Kordina/Teutsch /15/). Der Versuchskörper besaß einen Hohlkastenquerschnitt und war mit DYWIDAG-Spanngliedern vorgespannt. Als statisches System wurde ein Einfeldbalken gewählt, wobei die Biegebeanspruchung durch zwei in den Drittelpunkten der Stützweite angeordnete Einzellasten erzeugt wurde. Bis zum Auftreten der ersten Risse bzw. bis zu einer maximalen Rißbreite von 0,10 mm und einem zugehörigen Moment  $M_{\max} = 600 \text{ kNm}$  wurde keine Torsionsbeanspruchung aufgebracht. Danach wurde das Torsionsmoment eingeleitet bis zum Verhältnis  $M_{\max}/T = 2,5$ , wobei jedoch zur Begrenzung der Rißbreiten auf maximal 0,15 mm das Biegemoment auf  $M_{\max} = 280 \text{ kNm}$  herabgesetzt wurde. Nach der Biegeschwellbeanspruchung mit einer Unterlast von  $M_{\max} = 70 \text{ kNm}$  und einer Oberlast  $M_{\max} = 280,0 \text{ kNm}$  und konstantem Torsionsmoment  $T$  von 112 kNm wurde nach vorangegangener Entlastung wieder ein Biegemoment von 600 kNm aufgebracht. Danach wurde laststufenweise das Torsionsmoment von Null auf 240 kNm gesteigert bis zum Verhältnis  $M_{\max}/T = 2,5$ . Wie beim Vergleichsbalken aus Normalbeton wurden die primär entstandenen Biegerisse von den sich später einstellenden Torsionsrissen überkreuzt. Das Versagen des Balkens wurde durch Steigerung der Biegebeanspruchung erreicht. Der Bruch trat bei einer Beanspruchungskombination  $M_u/T_u = 820/240 \text{ kNm}$  ein. Die Bruchlast entspricht derjenigen des vergleichbaren Normalbalkens STQ6 ( $M_u/T_u = 780/224 \text{ kNm}$ ).

Auch die Versagenszone im Bereich des konstanten Biegemomentes entspricht derjenigen des vergleichbaren Normalbetonbalkens STQ6 (siehe auch Bild 5.5). Das Versagen kündigte sich durch ein Fließen der Bügelbewehrung im Bruchbereich an.

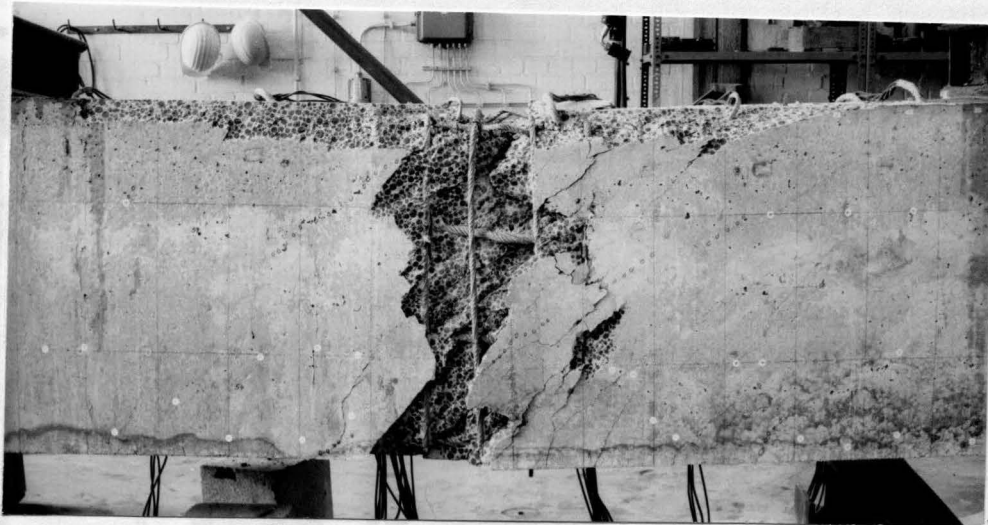
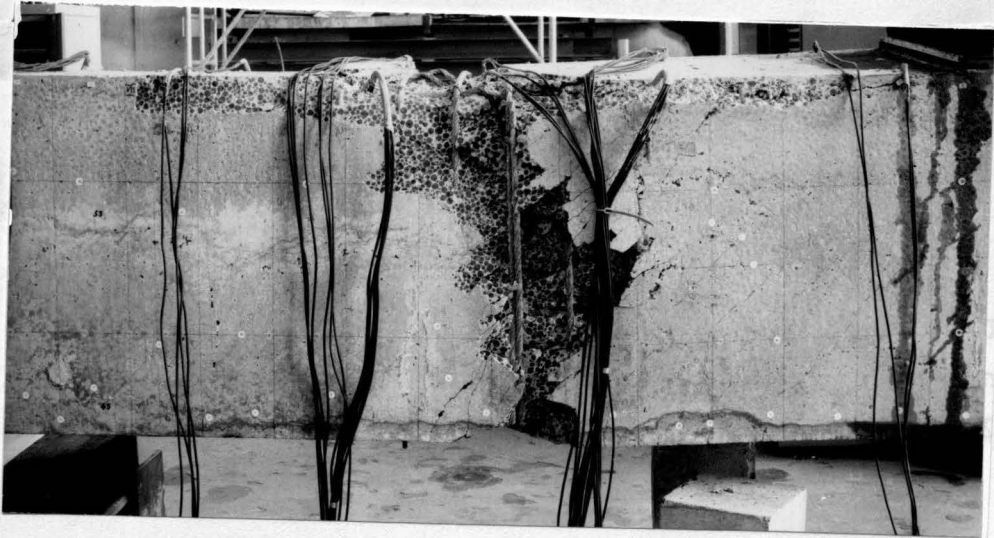
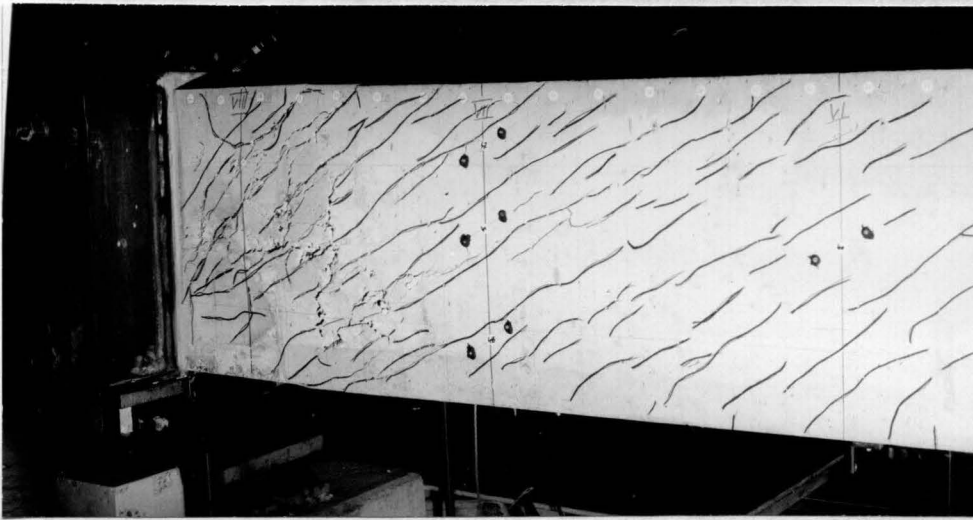


Bild 5.5: Bruchzone des Versuchsbalkens LBTMQ5

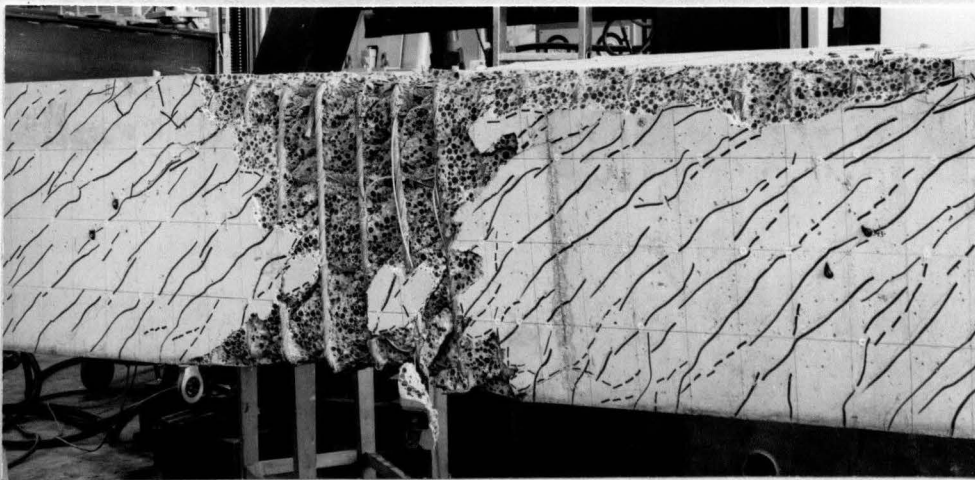
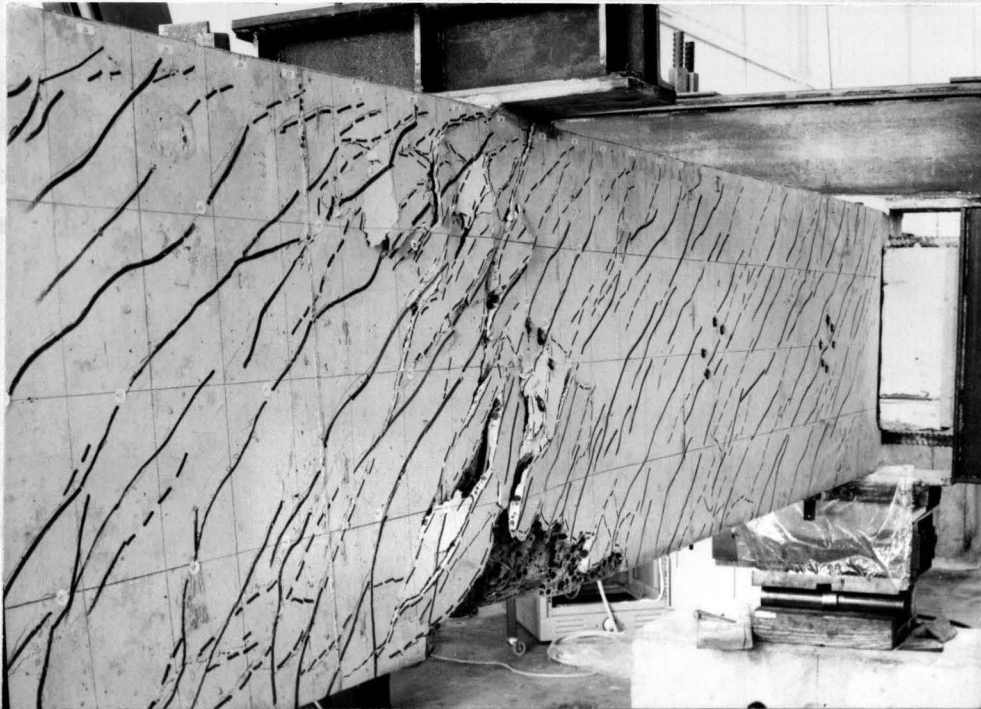
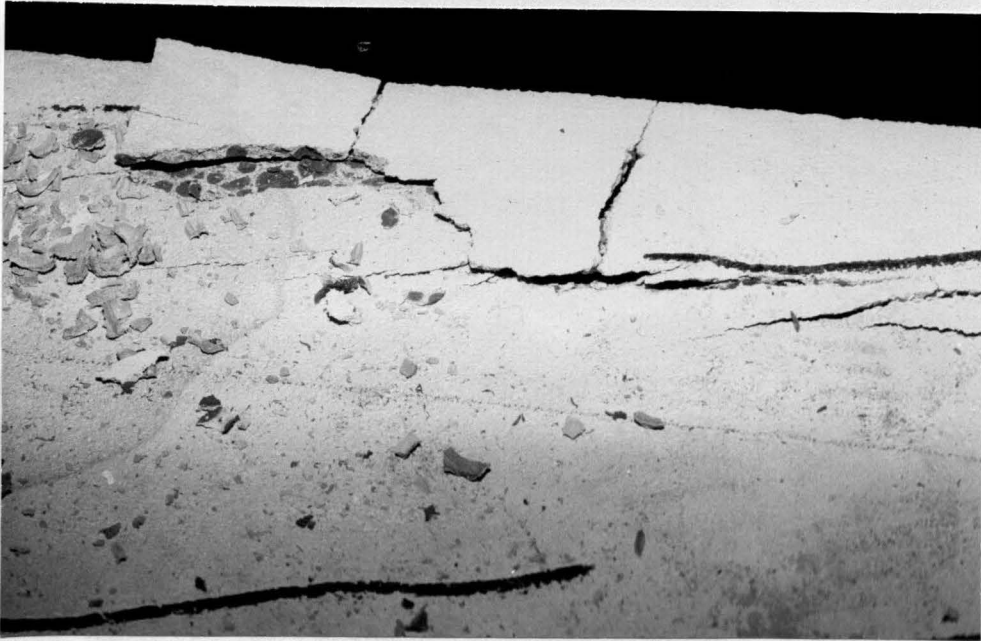
### 5.7 Versuchskörper LBTMQ6

Beim Versuchsbalken LBTMQ6 wurde zunächst eine reine Biegebeanspruchung bis  $M_{\max} = 363,75 \text{ kNm}$  und danach eine Torsionsbeanspruchung bis  $T = 75 \text{ kNm}$  aufgebracht. Als statisches System wurde ein Einfeldbalken mit Kragarm zugrunde gelegt. Die Belastungsanordnung aus 2 Einzellasten im Feld und einer Kragarmeinzellast wurde so gewählt, daß im Feld eine querkraftfreie Zone entstand und das Stützmoment betragsmäßig gleich dem maximalen Feldmoment war. Nach der Biegeschwellbeanspruchung mit einer Unterlast von  $90,94 \text{ kNm}$  und einer Oberlast von  $363,75 \text{ kNm}$  bei einem konstanten Torsionsmoment  $T$  von  $75,0 \text{ kNm}$  wurde nach vorangegangener



**Bild 5.6:** Versagenszonen des Versuchskörpers LBTMQ6





**Bild 5.7: Bruchzonen des Versuchskörpers LBTMQ7**

## 6 Meßergebnisse

### 6.1 Allgemeines

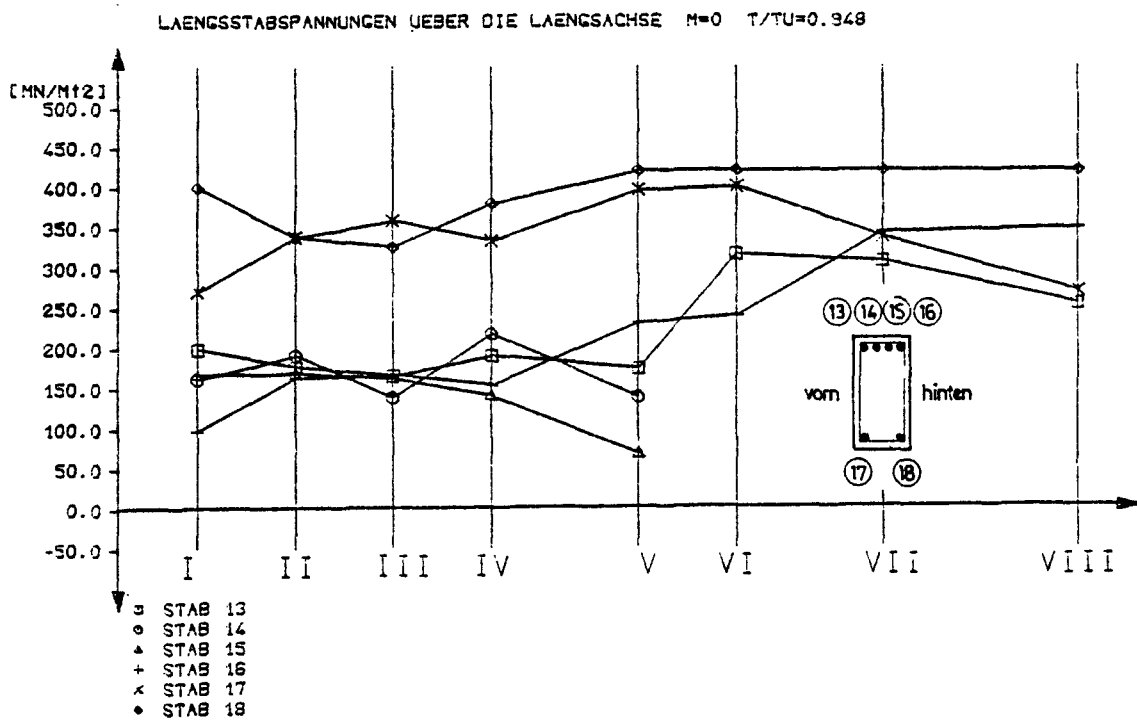
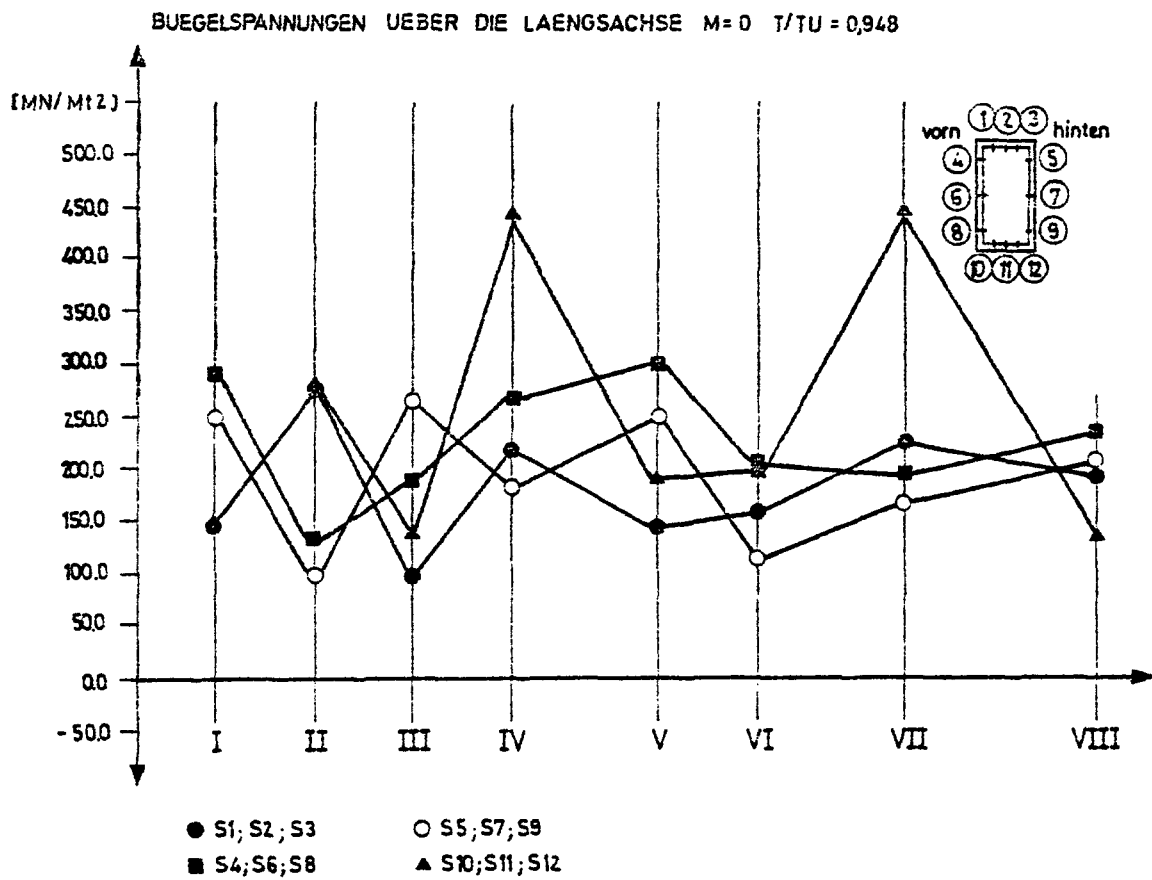
Wegen des großen Umfanges der Meßwerte und der hieraus erarbeiteten Tabellen und grafischen Darstellungen wurden diese nur für ein detailliertes Studium benötigten Daten in einem Anhang zusammengefaßt, der nur auf besondere Anforderung beim Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz zur Verfügung gestellt wird. In diesem Anhang wurden - getrennt nach den hier durchgeführten Balkenversuchen - die laststufenweise gemessenen Betonbügel-, Längsstab- und Spannstahldehnungen in tabellarischer und grafischer Form dargestellt und die hieraus ermittelten Spannungen in den Bewehrungselementen sowie im Beton wiedergegeben. Auch das Rißbild wurde - soweit möglich - in seiner Entwicklung laststufenweise dargestellt.

Auch die Balkenverformungen wurden erfaßt und in grafischer Form wiedergegeben.

Im vorliegenden Bericht werden nur die wichtigsten Meßergebnisse zu den einzelnen Versuchsbalken diskutiert und Besonderheiten des Trag- und Verformungsverhaltens erörtert.

### 6.2 Versuchskörper LBTMQ1

Wie in Abschnitt 5.2 erläutert, wurde der Versuchskörper LBTMQ1 nach Erzeugung von Biegerissen einer reinen Torsionsbeanspruchung unterworfen. Die vorhandenen Biegerisse wurden sehr bald von Torsionsrissen überkreuzt. Der Rißabstand der Torsionsrisse war sehr eng und betrug etwa 10 - 15 cm (siehe auch Bild 5.1).



**Bild 6.1:** Verlauf der Bügel- und Längsstabspannungen über die Längsachse des Balkens LBTMQ1 bei 95 % der Bruchlast (Belastungsfall : Reine Torsion)

Mit der Bildung von Torsionsrissen erhielten die Bügel sowie die Längsbewehrung eine Zugbeanspruchung. Dabei erreichten die unteren Längsstäbe bei etwa 95 % der Bruchlast zuerst die Fließgrenze. Im Bruchzustand hatten alle Längsstäbe die Fließgrenze im gesamten Balkenbereich erreicht, während die Bügel nur an einigen Stellen im Stegbereich die Streckgrenze überschritten (siehe Bild 6.1). Die maximale Stauchung der Betondruckstreben betrug 0,24 %.

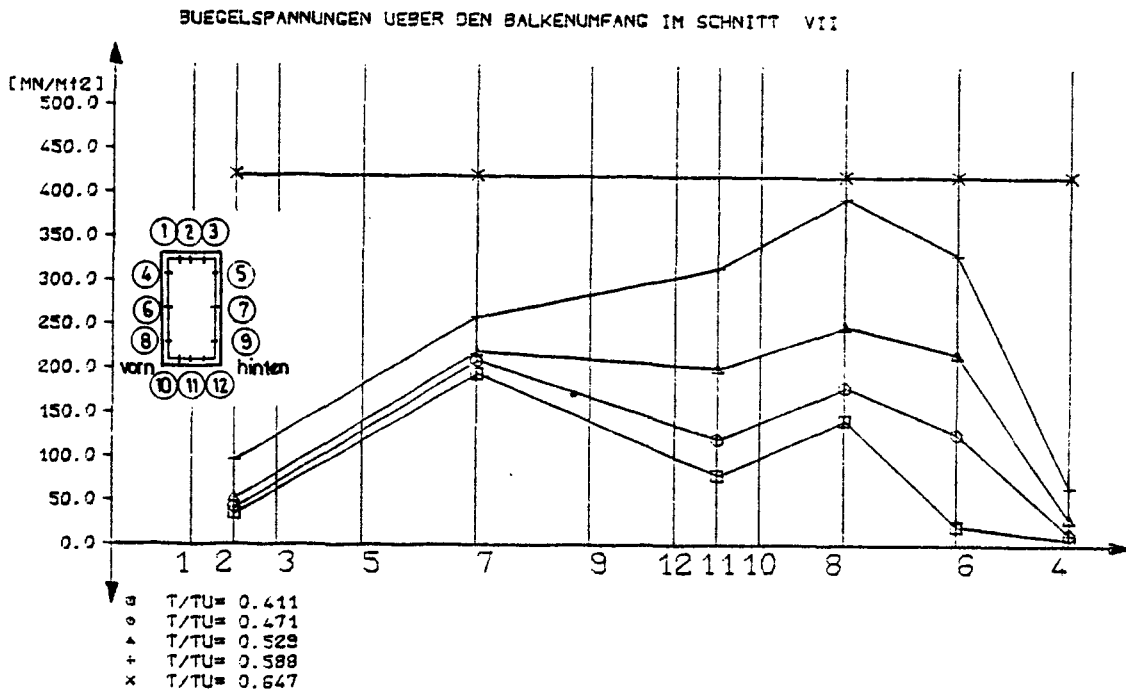
Im Versagenszustand betrug die Torsionssteifigkeit etwa nur noch 11 % ihres theoretischen Anfangswertes.

Im 2. Versuchsabschnitt wurde der Balken einer Beanspruchungskombination aus Biegung, Querkraft und Torsion unterworfen. Hier wurden nur die Stahldehnungen sowie die Balkenverformungen gemessen. Im Bruchzustand erreichten sowohl die Bügel als auch die Längsstäbe der Biegezugzone die Fließgrenze. Die Torsionssteifigkeit im Bruchzustand betrug im Mittel 13 % der Anfangssteifigkeit.

### 6.3 Versuchskörper LBTMQ2

Ähnlich wie beim Versuchsbalken LBTMQ1 wurden auch beim LBTMQ2 die vorgeprägten Biegerisse von Torsionsrissen überkreuzt. Der Versuchsbalken besaß hinsichtlich der Bügel- und Längsbewehrung zwei unterschiedlich ausgebildete Bereiche. Unter Torsionsbeanspruchung erreichten nur die Bügel im schwach bügelbewehrten Teil die Fließgrenze (siehe Bild 6.2). Die maximale Betonstauchung der Druckstreben betrug etwa 0,20 %.

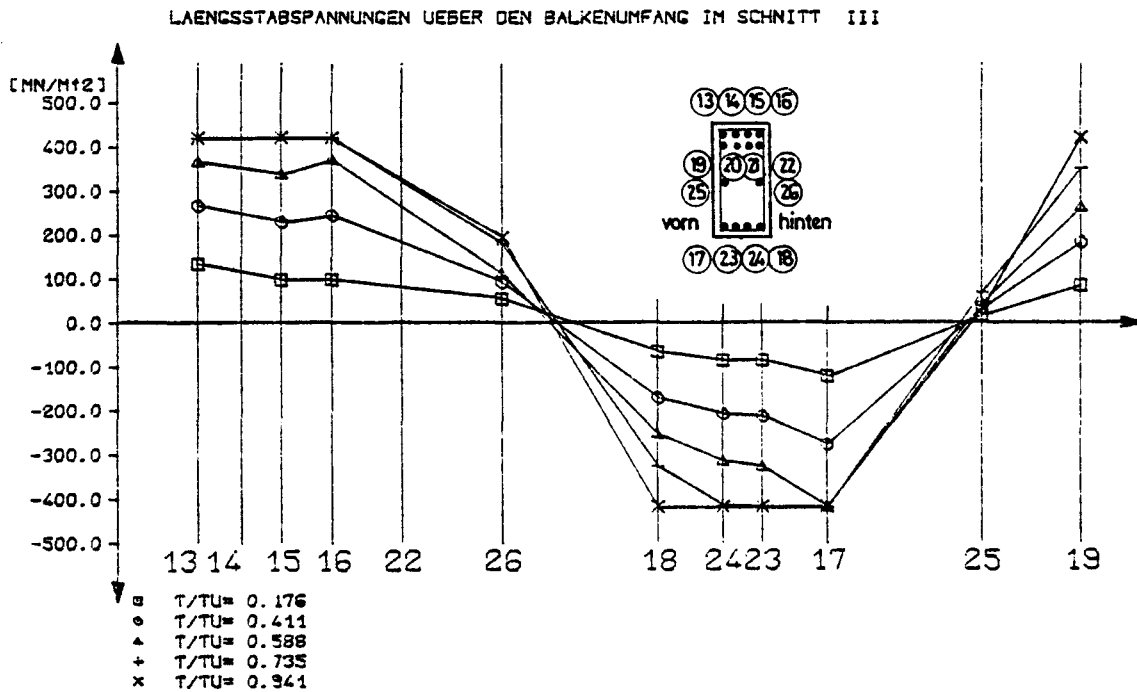
Die Torsionssteifigkeit wurde sehr stark durch den Torsionsbewehrungsgrad beeinflusst. Im Bruchzustand betrug die Torsionssteifigkeit des stark bewehrten Balkenbereiches etwa 30 % der Anfangssteifigkeit, während sie im schwach bewehrten Bereich auf etwa 10 % dieses Wertes absank.



**Bild 6.2:** Bügelspannungen des Versuchsbalkens LBTMQ2 in der 1. Bruchzone

Nach dem ersten Versagen wurde der Balken im stark bewehrten Bereich einer Lastkombination aus Biegung, Querkraft und Torsion unterworfen. Bruchzone war wie beim LBTMQ1 der Auflagerbereich. Hier erreichten, bzw. überschritten die Längsstäbe in der Biegezugzone die Streckgrenze sowie in der Biegedruckzone die Quetschgrenze (siehe Bild 6.3). Die Bügelspannungen erreichten dagegen nicht die Fließgrenze. Die maximale Stauchung der zerstörten Biegedruckzone betrug etwa 0,35 %, diejenige der Druckstreben etwa 0,2 %. Die Torsionssteifigkeit betrug im Versagenszustand etwa 20 % der Anfangssteifigkeit.





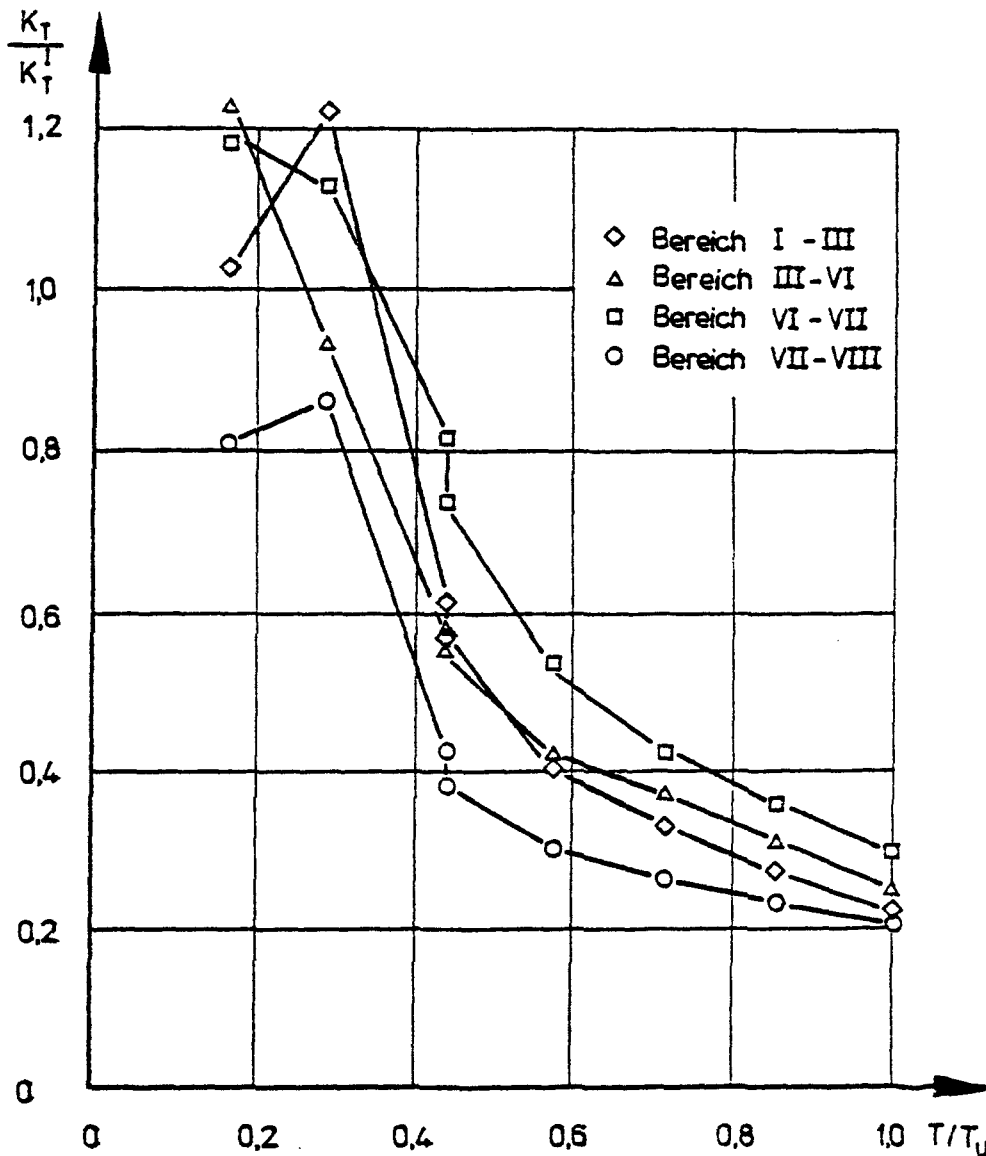
**Bild 6.3:** Längsstabspannungen des Versuchsbalkens LBTMQ2 in der 2. Bruchzone

#### 6.4 Versuchskörper LBTMQ3

Der Versuchsbalken LBTMQ3 war stark torsionsbewehrt ausgebildet. Der Bügelbewehrungsgrad war in den Bereichen 1 und 2 etwa gleich, der Bügeldurchmesser bzw. -abstand waren jedoch verschieden.

Nach Ausprägung eines Biegerißbildes wurde der Balken einer reinen Torsionsbeanspruchung unterworfen. Die auftretenden Torsionsrisse entwickelten sich aus den vorhandenen Biegerissen und überkreuzten diese.

Entsprechend dem hohen Bewehrungsgrad erreichten weder die Längs- noch die Bügelbewehrung die Fließgrenze. Der Bruch trat durch einen Druckstrebenbruch ein. Im Bruchzustand betrug die Stauchung der Betondruckstreben etwa 0,3 %. Die Torsionssteifigkeit betrug bei Rißbildung etwa 60 % der Anfangssteifigkeit. Sie sank im Versagensstadium auf ungefähr 25 % dieses Anfangswertes ab (siehe Bild 6.4).

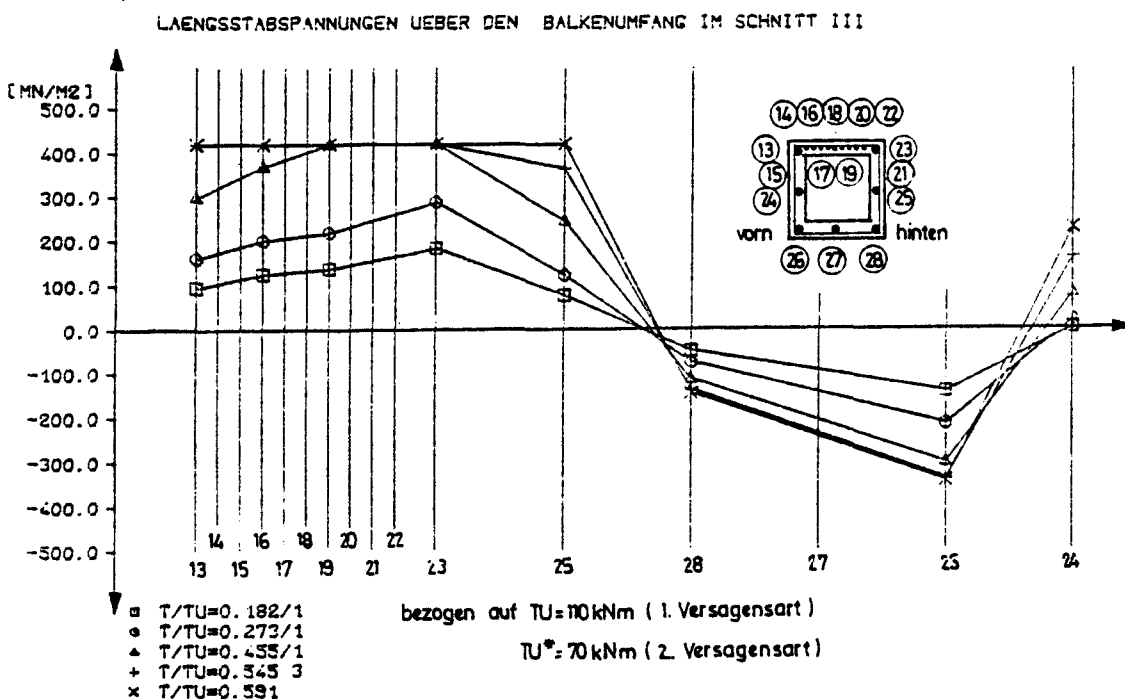


**Bild 6.4:** Abhängigkeit der Torsionssteifigkeit vom Belastungsgrad beim Versuchsbalken LBTMQ3

## 6.5 Versuchskörper LBTMQ4

Nach Ausprägung des Biegerißbildes wurde der LBTMQ4 einer reinen Torsionsbeanspruchung unterworfen. Der Bruch trat bei einem Torsionsmoment von 110,0 kNm im durch Biegebeanspruchung ungestörten Bereich auf. Hier erreichte sowohl die untenliegende Längsbewehrung als auch die Bügelbewehrung die Fließgrenze (siehe Bild 6.6). Als Sekundärererscheinung trat ein Bruch der Druckstreben auf (siehe Bild 5.4). Die maximale Betonrandstauchung der Druckdiagonalen zu Beginn des Versagenszustandes betrug 0,21 %. Die Torsionssteifigkeit betrug zu Beginn der Rißbildung 60 % der Steifigkeit im Zustand I; sie fiel im Versagenszustand auf etwa 15 % der Anfangssteifigkeit ab.

Bei der anschließend aufgebrachten Belastung aus Biegung, Querkraft und Torsion trat der Bruch im Bereich des Meßquerschnittes III auf. Hier erreichten bzw. überschritten die Längsstäbe in der Biegezugzone die Fließgrenze (siehe Bild 6.4) während die Bügelbeanspruchungen unterhalb der Streckgrenze blieben. Die Stauchung der Betondruckstreben im Versagensbereich betrug etwa 0,18 %.



**Bild 6.5:** Längsstabspannungen des Versuchsbalkens LBTMQ4 in der 2. Versagenszone

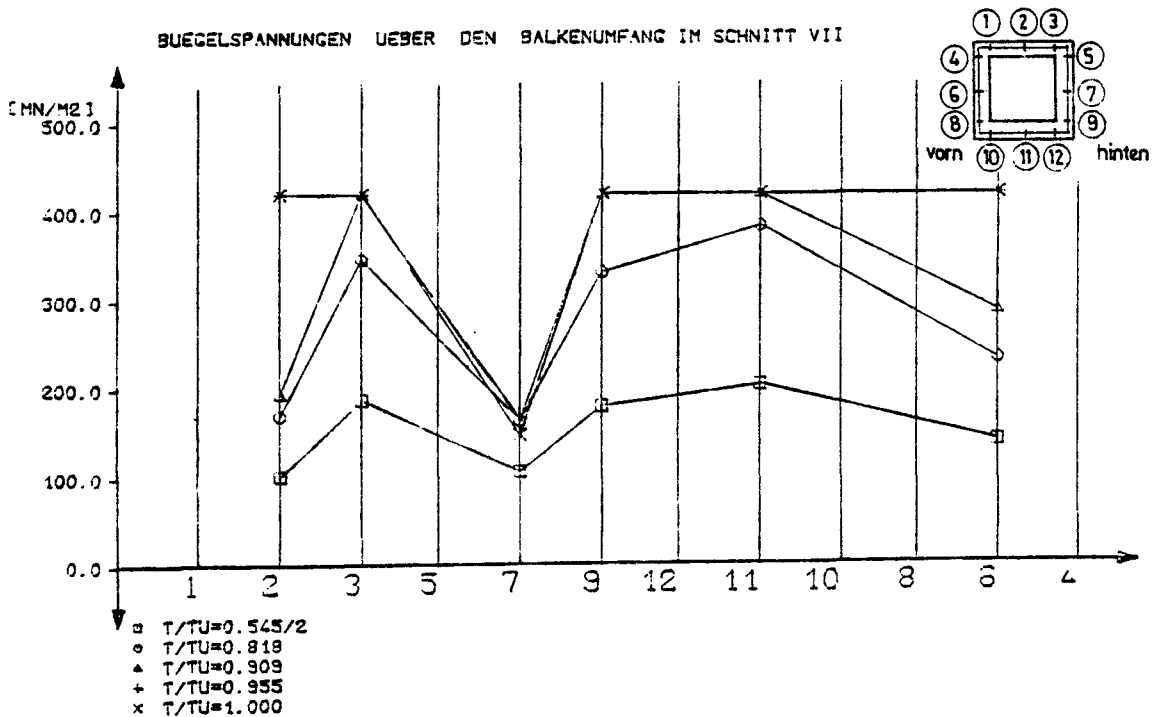
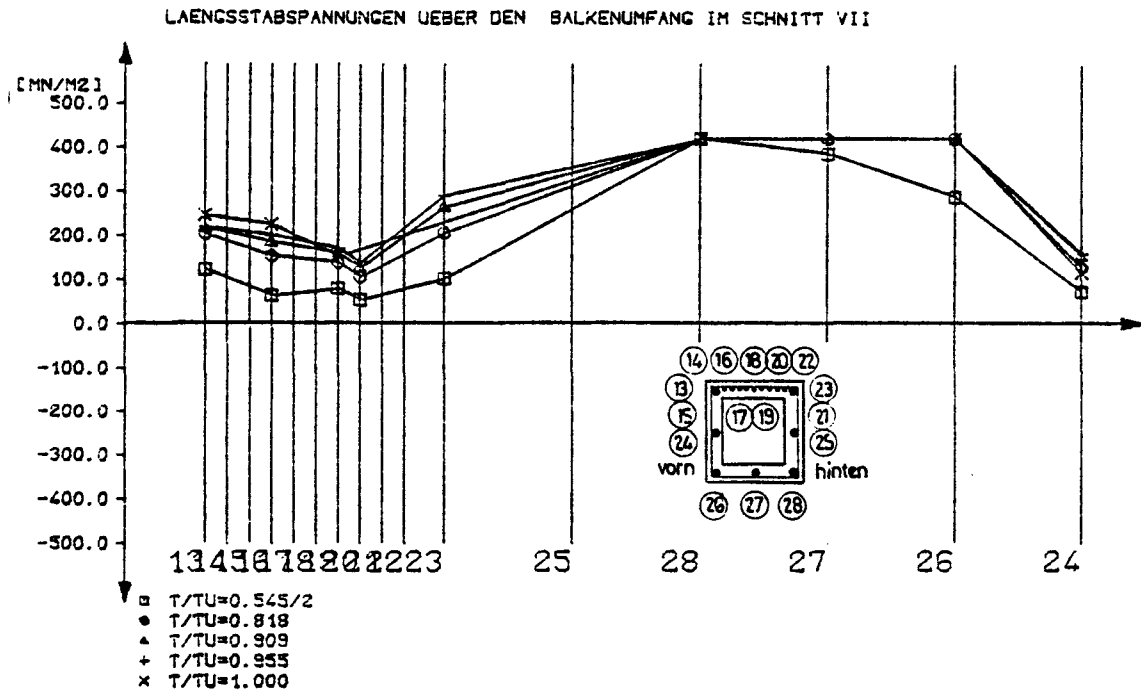


Bild 6.6: Bügel- und Längsstabspannungen des Versuchsbalkens  
LBTMQ4 infolge Torsionsbelastung in der 1. Versagenszone

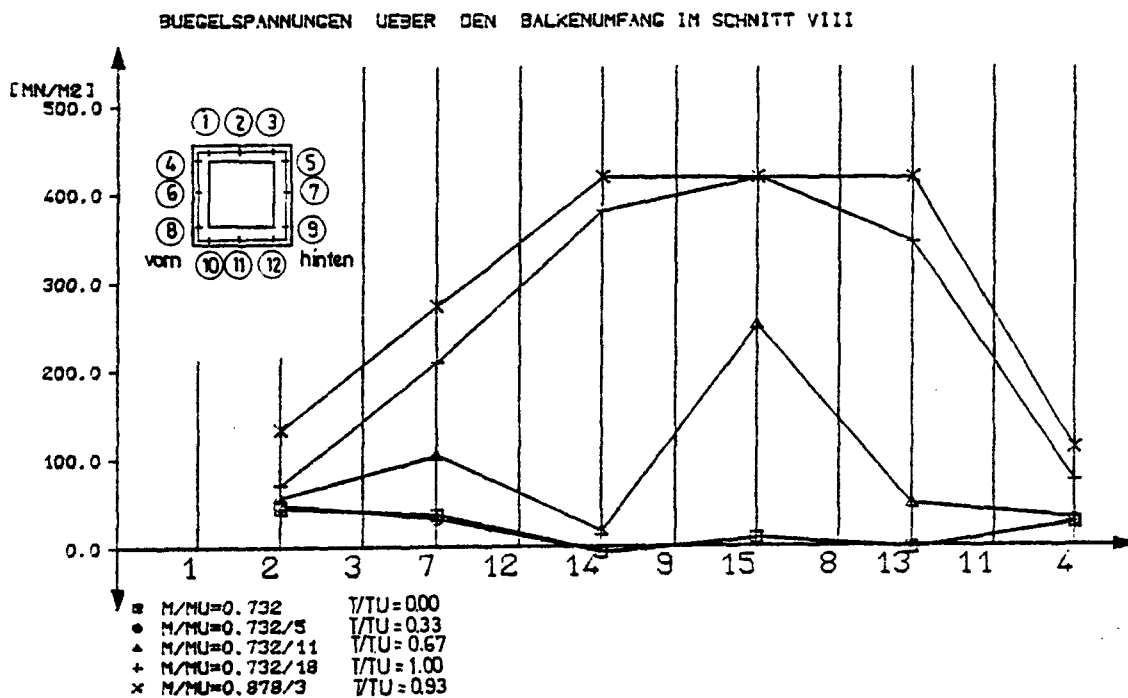
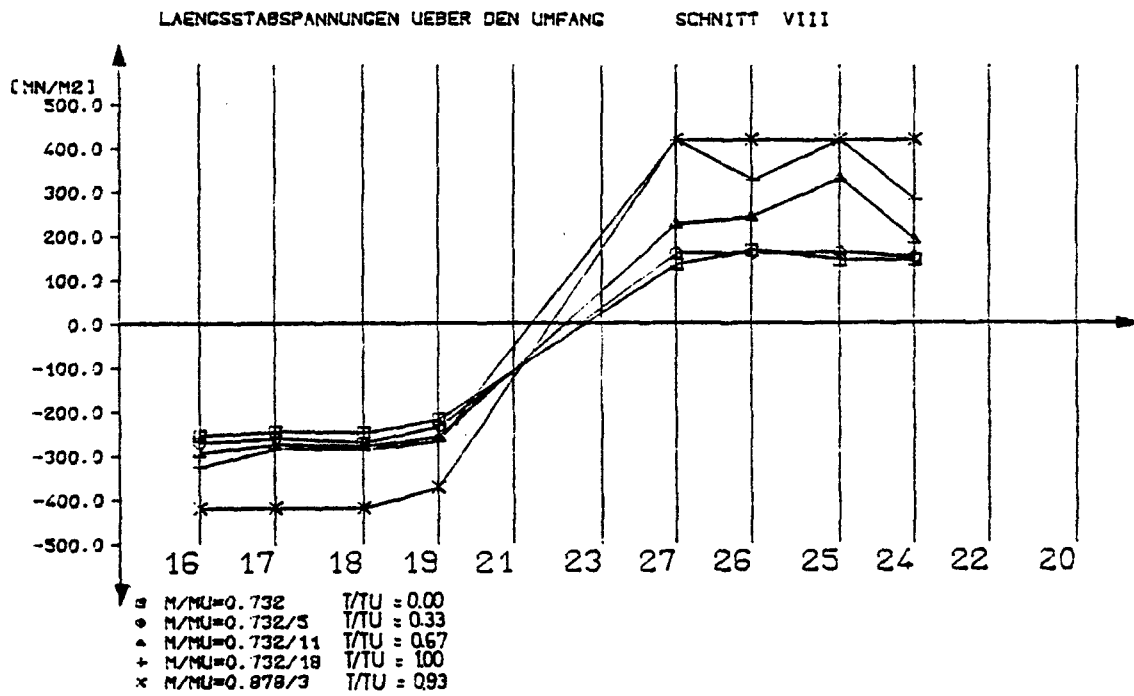
## 6.6 Versuchskörper LBTMQ5

Der Versuchskörper wurde so ausgebildet und belastet wie der vergleichbare Versuchsbalken STQ6 von Kordina/Teutsch /15/. Im Tragverhalten konnten keine wesentlichen Unterschiede zu dem Vergleichsbalken festgestellt werden. Auch hier setzte das Fließen der Bewehrung bei einem Torsionsmoment  $T = 128 \text{ kNm}$  und  $M_{\max} = 600 \text{ kNm}$  ( $M/M_u = 0,732$ ) zuerst bei den unten liegenden Spanngliedern ein. Bei höheren Belastungen erreichten auch die unteren schlaffen Längsstäbe sowie die Bügel in der Zugzone die Streckgrenze. Die oberen Längsstäbe wurden sehr stark gestaucht, in einigen Bereichen bis über die Quetschgrenze hinaus (siehe Bild 6.7). Die maximale Betonrandstauchung der Biegedruckzone betrug 0,3 %.

Beim Vergleich der Verformungen des Spannleicht- mit dem Spannbetonbalken zeigte sich im Zustand I der Einfluß des geringeren E-Moduls des Leichtbetons auf die Größe der Verformungen. Die Größtwerte der Durchbiegungen und Torsionsverdrehungen der Spannleicht- und Spannbetonbalken im Versagenszustand unterschieden sich jedoch nur unwesentlich voneinander.

Ähnlich wie beim Vergleichsbalken wurde der Balken bis zur Ausprägung des gerissenen Zustandes einer Biegebeanspruchung bis  $M_{\max} = 600,0 \text{ kNm}$  ausgesetzt und danach das Torsionsmoment in Laststufen bis zu  $T = 240 \text{ kNm}$  aufgebracht. Dabei machte sich der Einfluß des Torsionsmoments auf die Biegesteifigkeit stark bemerkbar. Die Durchbiegungen stiegen fast auf das doppelte ihres Wertes allein durch Steigerung von  $T = 0$  auf  $T = 240 \text{ kNm}$ .

Die Torsionssteifigkeit wurde ebenfalls stark von der Biegebeanspruchung bzw. von der Rißbildung der Biegezugzone und der Stege beeinflusst. Die Versagenstorsionssteifigkeit im querkraftfreien Bereich mit Rißbildung in der Biegezugzone betrug etwa 15 % , im übrigen nur mit Schubrisen versehenen Bereich 30 % der Anfangssteifigkeit.



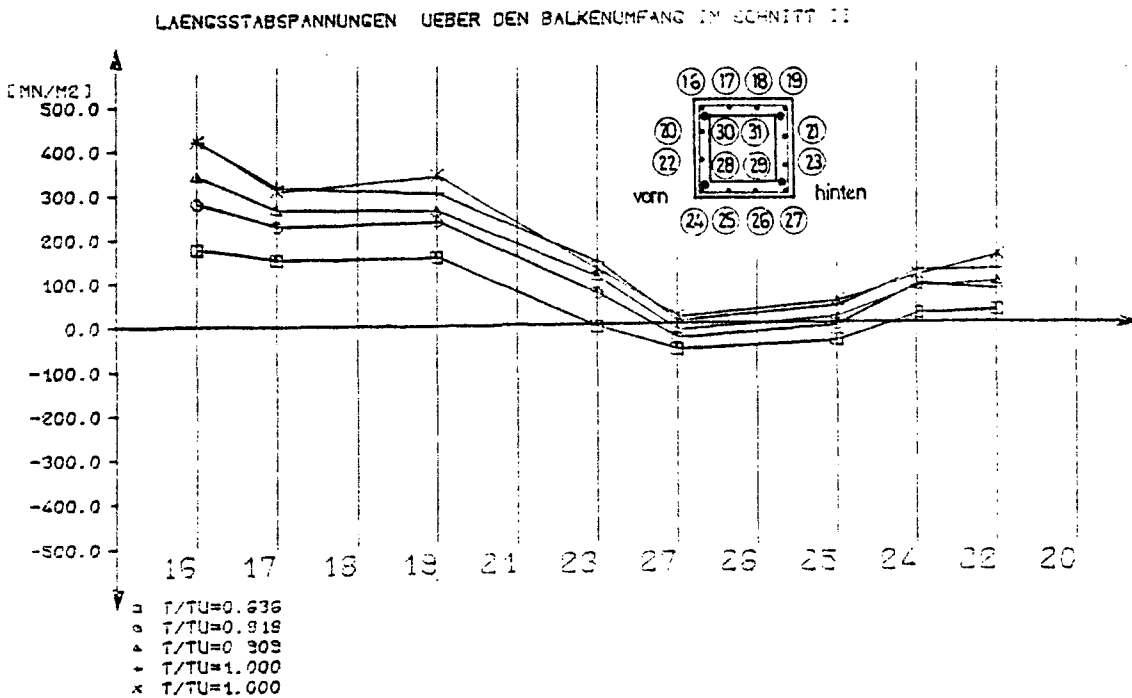
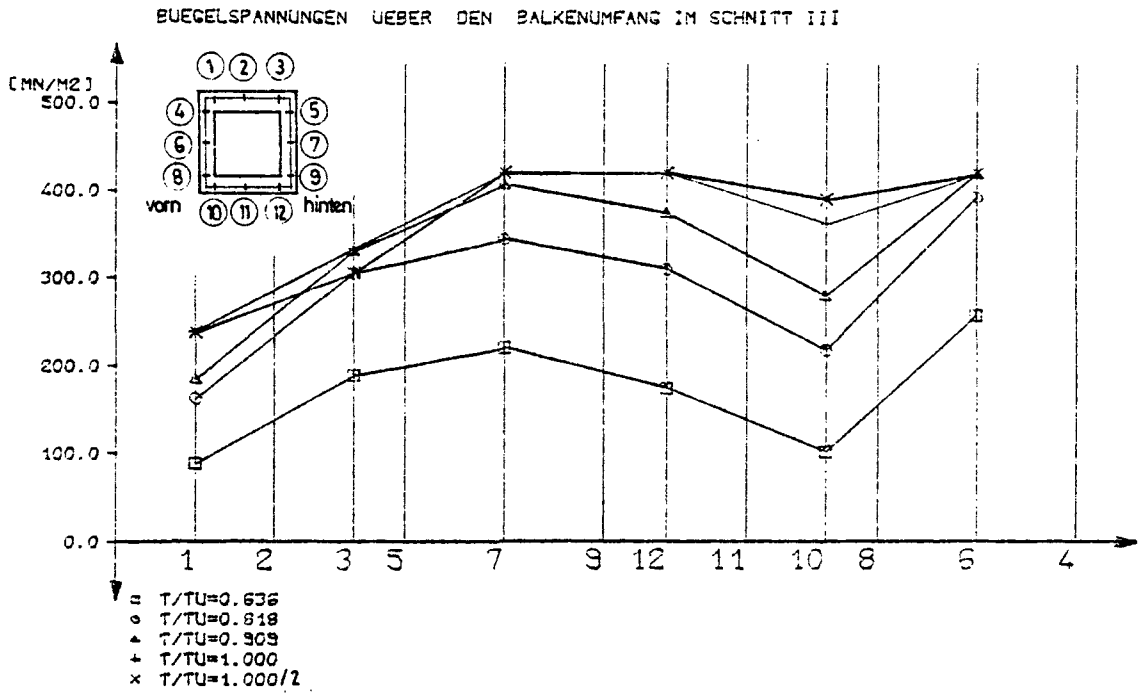
**Bild 6.7:** Bügel- und Längsstabspannungen des Versuchsbalkens LBTMQ5 in der Bruchzone

## 6.7 Versuchskörper LBTMQ6

Der Versuchskörper LBTMQ6 kann in Bezug auf seine äußeren Abmessungen und der Anordnung sowie Größe der Bewehrung mit den Versuchsbalken STQ7 und STQ8 von Kordina/Teutsch /15/ verglichen werden. Nach Herstellung des gerissenen Zustandes wurde in einem ersten Versuchsabschnitt der Versuchskörper einer kombinierten Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion unterworfen ( $M_u/T_u = 4,85$ ).

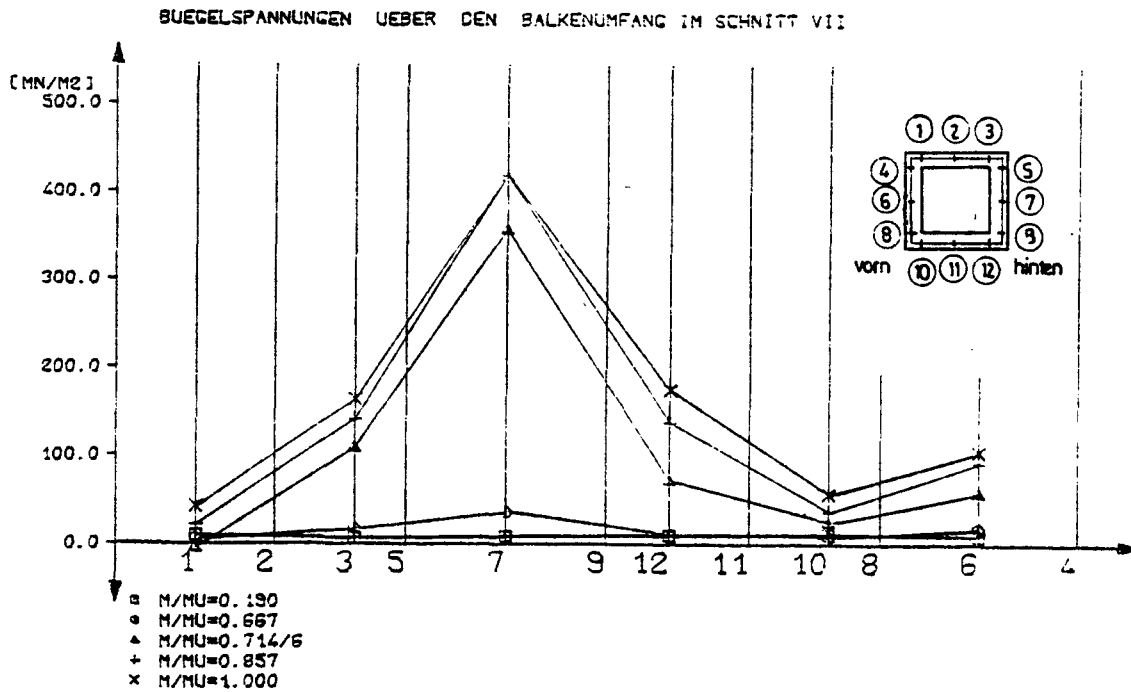
Die Bügel erreichten bei 80 % der Bruchlast im Bereich der größten Schubbeanspruchung die Fließgrenze (siehe Bild 6.9). Eine weitergehende Plastizierung erfolgte jedoch nicht. Versagensursache war eine Zerstörung der Druckstreben an der höher schubbeanspruchten Seite im Bereich zwischen den Meßquerschnitten VII und VIII. Die maximale Druckstrebenstauchung betrug im Versagenszustand etwa 0,15 %. Die Torsionssteifigkeit betrug im Versagensbereich 13 % und in den übrigen Bereichen etwa 23 % der Anfangssteifigkeit.

Nach dem ersten Versagen wurde der LBTMQ6 einer überwiegen- den Torsionsbeanspruchung unterworfen. Dabei erreichten die Bügel an den Balkenlängsseiten bei etwa 80 % der Bruchlast die Fließgrenze. Im Bruchzustand erfolgte eine weitgehende Plastizierung der Bügel im Biegezugzonenbereich (siehe Bild 6.8). Die Längsstäbe blieben weitgehend unterhalb der Streckgrenze. Dabei zeigte sich, daß bedingt durch die ungleiche Längsbewehrungsverteilung über den Querschnitt und die aufgebrachte Belastungsart die oberen Längsstäbe eine größere Zugbeanspruchung erhielten als die untere Längsbewehrung (siehe Bild 6.8). Die Torsionssteifigkeit betrug im Versagenszustand etwa noch 10 % des Anfangswertes.



**Bild 6.8:** Bügel- und Längsspannungen des Versuchsbalkens LBTMQ6 in der Bruchzone (2. Belastungsfall)





**Bild 6.9:** Bügelspannungen des Versuchsbalken LBTMQ6 in der Bruchzone (1. Belastungsfall)

### 6.8 Versuchskörper LBTMQ7

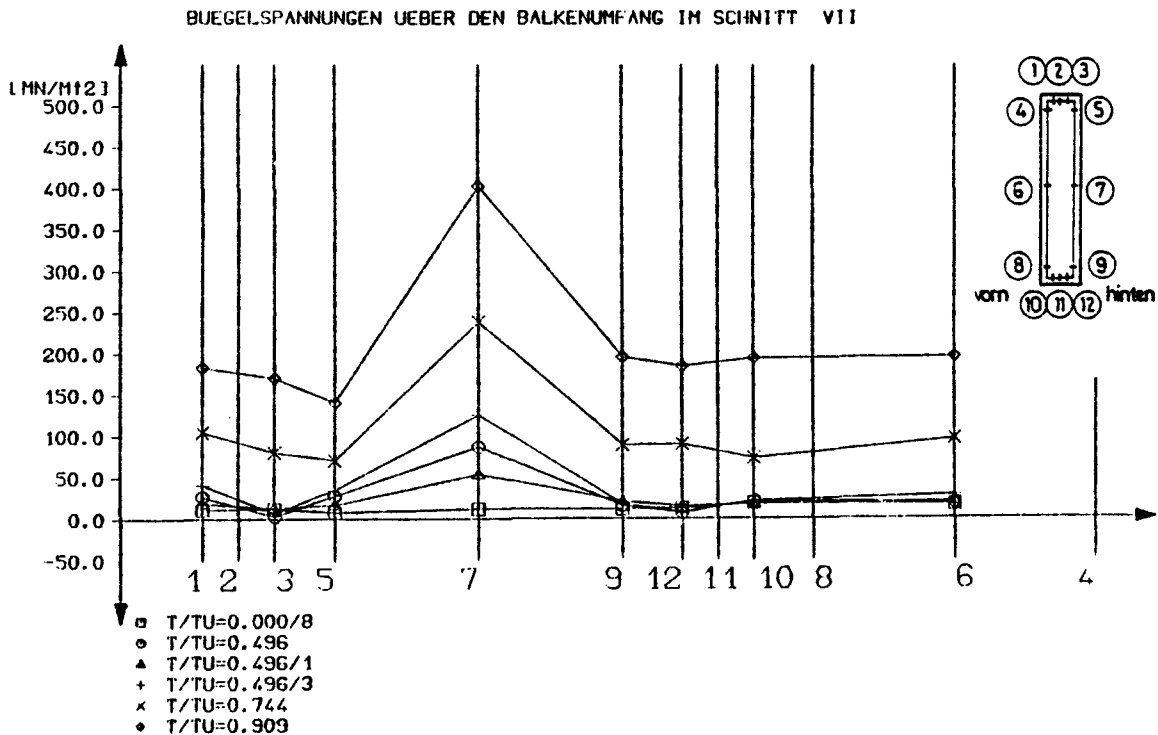
Der Versuchskörper LBTMQ7, Einfeldbalken mit Kragarm, kann in Bezug auf seine äußeren Abmessungen und der Anordnung sowie der Größe der Bewehrung mit dem Versuchsbalken STQ9 von Kordina/Teutsch /15/ verglichen werden.

Nach Eintritt des gerissenen Zustandes wurde der Balken in einem ersten Versuchsabschnitt einer kombinierten Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion unterworfen.

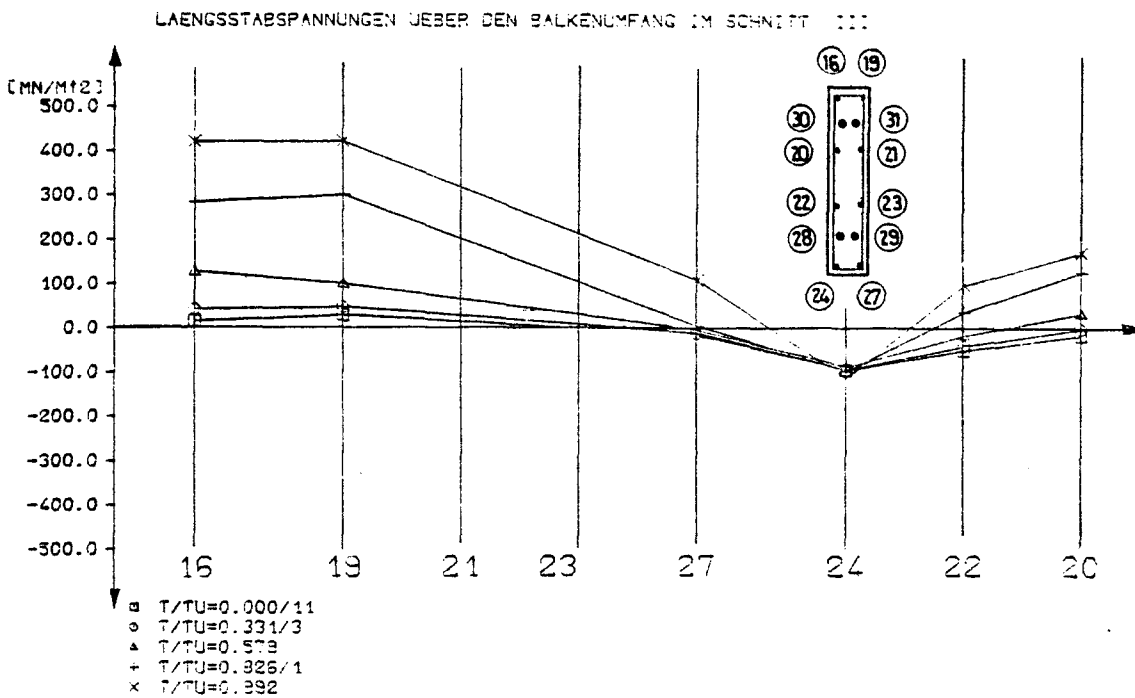
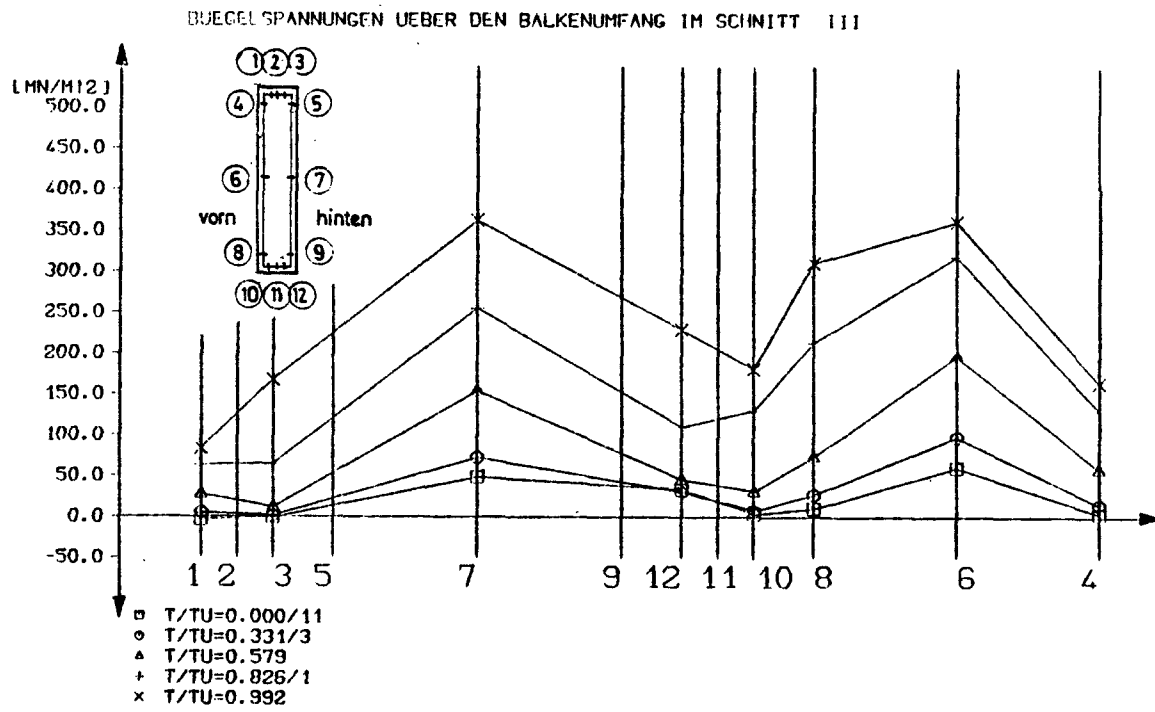
Im Versagenszustand erreichten sowohl die Bügel an der Balkenlängsseite als auch die Längsbewehrung in der Zugzone des Versagensbereichs (Meßquerschnitt VII) die Fließgrenze (siehe Bild 6.10). Die Hauptdruckstauchungen in der Biegedruckzone erreichten im Versagenszustand 0,25 %. Ihre Neigung zur Balkenlängsachse betrug 27°. Die Druckstrebenstauchung des stark schubbeanspruchten Steges zwischen Meßquerschnitt VII - VIII betrug im Bruchzustand 0,2 %. Die Torsionssteifigkeit fiel im Versagenszustand auf 20 % der Steifigkeit

des ungerissenen Zustandes ab.

Nach dem ersten Versagen wurde der LBTMQ7 einer reinen Torsionsbeanspruchung unterworfen. Hier wurde der Bruch im Bereich des Meßquerschnittes III durch ein Fließen der Bügel an den Balkenlängsseiten sowie der Längsstäbe in der Biegezugzone eingeleitet (siehe Bild 6.11). Die Stauchungen der Betondruckstreben betrugen im Versagenszustand 0,2 %. Die Torsionssteifigkeit betrug im Versagenszustand etwa 15 % der Anfangssteifigkeit.



**Bild 6.10:** Bügelspannungen des Versuchsbalkens LBTMQ7 in der Bruchzone (1. Belastungsfall)



**Bild 6.11:** Bügel- und Längsstabspannungen des Versuchsbalkens LBTMQ7 in der Bruchzone (2. Belastungsfall)

## 7 Versuchsauswertung

### 7.1 Querschnittswerte

Zur Beurteilung des Trag- und Verformungsverhaltens der Versuchskörper werden das Torsionsträgheitsmoment und -widerstandsmoment  $I_T$  und  $W_T$  im ungerissenen Zustand als Bezugsgröße verwendet. Der Einfluß der Bewehrung auf die o.a. Werte bleibt unberücksichtigt. Untersuchungen von Leonhardt/Schelling /17/ zeigen, daß bei Balken mit einem orthogonalen Bewehrungsnetz der Zuwachs von  $I_T$  und  $W_T$  infolge der Armierung selbst bei großen Bewehrungsgraden verhältnismäßig klein ist. Die Torsionsträgheits- und -widerstandsmomente gebräuchlicher Querschnitte wie Hohlkasten und Rechteckquerschnitte sind u.a. in Tafel 3.1 des Heftes 220/DafStb /19/ angegeben.

Die in der Literatur angegebenen Ansätze für  $I_T$  für Hohlquerschnitte gelten strenggenommen nur für dünnwandige Bauteile. Leonhard und Schelling /17/ geben einen Korrekturfaktor für  $I_{T,Bredt}$  in Abhängigkeit des Verhältnisses Wanddicke/Querschnittsbreite an, der bei den Versuchshohlkästen  $\approx 0,95$  beträgt. Da der zur Ermittlung der Steifigkeit benötigte Schubmodul weitaus größeren Schwankungen ausgesetzt ist, erscheint eine genauere Berechnung der Torsionsträgheitsmomente der Versuchsbalken mit Hohlquerschnitt nicht angebracht.

Die Torsionsträgheits- und -widerstandsmomente aller Versuchsbalken sind in Tabelle 7.1 wiedergegeben. Außerdem enthält diese Tafel noch das Biegeträgheitsmoment  $I_B$  sowie den Schubquerschnitt  $A_Q$  der Versuchsbalken. Beide Werte wurden nach der E-Theorie unter Berücksichtigung des jeweiligen Bewehrungsgehaltes der einzelnen Bereiche ermittelt.

Versuchsbalken	$I_T$ [dm <sup>4</sup> ]	$W_T$		$I_B$		$A_Q$	
		Steg [dm <sup>3</sup> ]	Flansch [dm <sup>3</sup> ]	Ber. I [dm <sup>4</sup> ]	Ber. II [dm <sup>4</sup> ]	Ber. I [dm <sup>2</sup> ]	Ber. II [dm <sup>2</sup> ]
LBTMQ1	13,26	6,11	7,49	21,58	23,75	9,78	10,28
LBTMQ2	13,26	6,11	7,49	21,59	32,03	10,16	13,58
LBTMQ3	59,27	28,22	28,22	55,75	66,22	8,46	8,46
LBTMQ4	59,27	28,22	28,22	51,01	51,01	7,03	7,03
LBTMQ5	132,71	55,30	55,30	109,57	109,57	14,09	14,09
LBTMQ6	128,48	57,60	57,60	109,52	112,74	12,96	13,92
LBTMQ7	20,36	8,86	11,45	54,42	57,52	14,40	15,27

Tabelle 7.1: Querschnittsgrößen der Versuchsbalken

## 7.2 Tragfähigkeit

### 7.2.1 Allgemeines

Die Bruchschnittgrößen der Versuchsbalken können den Bildern 2.1 und 2.2 entnommen werden.

Der Bruch erfolgte bei einigen Balken schlagartig, in der Mehrzahl der Fälle kündigte sich das Versagen jedoch durch zunehmende Verformungen an. Bruchursachen und Bruchart wurden in den Abschnitten 5. und 6. erläutert.

Diese experimentellen Werte sollen nachfolgend mit theoretischen Bruchschnittgrößen verglichen werden, die sich aus derzeit geltenden Bemessungsregeln und aus neuesten theoretischen Ansätzen herleiten lassen. In die vergleichenden Untersuchungen einbezogen werden die Versuchsergebnisse von Mukherji/Wilhelm/Kemp /6/ bzw. Souza/Wilhelm /7/. Im Bild 7.1 (Seite 96) sind die wichtigsten Parameter dieser Versuchsbalken dargestellt.

Diese Vergleichsbetrachtungen sollen Aufschluß geben darüber, inwieweit derzeit geltende Bemessungsregeln und Tragmodelle in der Lage sind, das Tragverhalten von Stahlleicht- und Spannleichtbetonbauteilen unter Torsions- bzw. kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion wirklichkeitsnahe zu beschreiben.

### 7.2.2 Tragfähigkeit nach DIN 4219 Teil 2 /1/

Bei der Bemessung und Ausführung von Stahlleichtbetonbauteilen sind in der Bundesrepublik Deutschland die Bestimmungen der DIN 4219 einzuhalten. Für die Bemessung infolge Querkraft und Torsion gilt DIN 1045 (1978) Abschn. 17.5 mit den in den Abschnitten 8.2 bis 8.4 der DIN 4219 Teil 2 angegebenen Abweichungen.

Allgemein kann man nach DIN 4219/2 bzw. DIN 1045 drei Versagensarten unterscheiden

Bruchart 1: Versagen des Betons im Steg  
und in der Biegedruckzone

Bruchart 2: Versagen der Bügelbewehrung

Bruchart 3: Versagen der Längsbewehrung

#### Zu Bruchart 1

Zur Vermeidung eines Schubdruckbruches im Steg ist der Rechenwert der Schubspannung abhängig von der Betongüte und der Art der Beanspruchung (nur Querkraft, nur Torsion, Querkraft und Torsion) zu begrenzen. Dabei ist der Grundwert der Schubspannung  $\tau_0$  infolge Querkraft unter Ansatz des gerissenen Zustandes und derjenige infolge Torsion für den ungerissenen Zustand I zu ermitteln.

Es gilt

$$\tau_o = \frac{Q}{b_o \cdot z} < \tau_{zul}$$

$$\text{Für } d < 45 \text{ cm} \rightarrow \tau_{zul} = \tau_{o2}$$

$$\text{Für } d \geq 45 \text{ cm} \rightarrow \tau_{zul} = \tau_{o3} \quad (7.1)$$

$$\tau_T = \frac{T}{W_T} \leq \tau_{o2}$$

$$\tau_o + \tau_T \leq 1,3 \tau_{o2}$$

Mit dem Sicherheitsfaktor von  $\gamma = 2,1$  ergeben sich daraus folgende Bruchlasten

$$T_{u11} = 2,1 \cdot \tau_{o2} \cdot b_o \cdot z \cdot \frac{F_u}{Q_u}$$

$$T_{u12} = 2,1 \cdot \tau_{o2} \cdot W_T \quad (7.2)$$

$$T_{u13} = \frac{2,73 \cdot \tau_{o2} \cdot W_T}{1 + \frac{Q_u}{T_u} \cdot \frac{W_T}{b_o \cdot z}}$$

Die kleinste Bruchlast ist maßgebend.

Außerdem ist eine Biegebemessung durchzuführen und sicherzustellen, daß die zulässige Randstauchung von 0,35 % nicht überschritten wird.

## Zu Bruchart 2

Die erforderliche Bügelbewehrung setzt sich aus einem Torsions- und einem Querkraftanteil zusammen. Sie ist für die in den Zugstreben eines gedachten Fachwerks wirkenden Kräfte zu bemessen (Fachwerkanalogie). Bei der Ermittlung des Bügelanteils aus Torsionsbeanspruchung ist dabei der Neigungswinkel der Druckstreben mit  $45^\circ$  festgelegt, während bei dem

Modell zur Ermittlung des Querkraftanteils auch eine kleinere Neigung der Druckdiagonalen zugrunde gelegt werden darf. Der Gesamtbügelquerschnitt ermittelt sich danach zu:

$$A_B = A_{B,Q} + A_{B,T} \quad (7.3)$$

wobei

$$A_{B,Q} = \frac{\tau \cdot e_B \cdot b_o}{2 \cdot \sigma_{e \text{ zul}}} \quad (7.4)$$

$$A_{B,T} = \frac{T \cdot e_B}{2 \cdot A_K \cdot \sigma_{e \text{ zul}}}$$

Dabei bedeutet

$$\tau = 1,05 \cdot \frac{\text{vorh } \tau_o^2}{\tau_{o2}} \begin{matrix} \geq 0,5 \cdot \tau_o \\ \leq \tau_o \end{matrix} \quad (7.5)$$

$$\tau = \eta \cdot \tau_o$$

und  $A_K$  stellt die von der Mittellinie des gedachten Fachwerkkastens umschlossene Fläche dar.

Durch Umstellung der Bemessungsgleichungen und in Kenntnis der Beanspruchungsverhältnisse gelingt es, aus der vorhandenen Bügelbewehrung die Tragfähigkeit zu ermitteln:

$$T_{u2} = \frac{2 \cdot A_B \cdot \beta_{sB} \cdot A_K}{e_B \left( \frac{Q_u}{T_u} \cdot \frac{A_K}{z} \cdot \eta + 1 \right)} \quad (7.6)$$

### Zu Bruchart 3

Die Längsbewehrung ist für jede Beanspruchungsart getrennt zu ermitteln und zu addieren:



Zur Ermittlung der rechnerischen Tragfähigkeit infolge der vorhandenen Längsbewehrung wird die Zugkraft aus den einzelnen Beanspruchungsarten der vorhandenen Fließkraft der Stähle gegenüber gestellt.

Im Biegedruckzonenbereich darf die Längskraft aus der Schubbeanspruchung um die Biegedruckkraft vermindert werden. Zur Ermittlung der Längszugkraft aus Torsion ist ein räumlicher Fachwerkkasten mit 45° Neigung zur Trägerachse anzunehmen. Danach ergibt sich die von der Biegezugseite aufzunehmende Zugkraft zu:

$$z_1 = \frac{M_u}{z} + \frac{T_u \cdot U_K}{4 \cdot A_K} + Q_u \cdot \alpha_1 \quad (7.7)$$

Dabei bedeutet:

$z$  der beim Biegebruchnachweis ermittelte Hebelarm der inneren Kräfte

$U_K$  der in der Mittellinie der Längsstäbe gemessenen Umfang der Fläche  $A_K$

$\alpha_1$  ein vom Schubdeckungsgrad abhängiger Faktor, der sich zwischen 0,75 und 1,0 bewegt.

An den Extremalstellen des Biegemomentes wird  $\alpha_1$  zu Null.

Infolge der an der Biegezugseite vorhandenen Längsbewehrung  $A_{L1}$  ergibt sich folgende Torsionstragfähigkeit:

$$T_{u31} = \frac{A_{L1} \cdot \beta_{sL1}}{\frac{M_u}{T_u \cdot z} + \frac{U_K}{4 \cdot A_K} + Q_u \cdot \alpha_1} \quad (7.8)$$

Entsprechend gilt für die Biegedruckseite:

$$z_2 = \frac{-M_u}{z} + \frac{T_u \cdot U_K}{4 \cdot A_K} + Q_u \cdot \alpha_1 > 0 \quad (7.9)$$

Aus der an der Biegedruckseite vorhandenen Längsbewehrung  $A_{L2}$  ergibt sich folgende Torsionstragfähigkeit:

$$T_{u32} = \frac{A_{L2} \cdot s_{L2}}{-\frac{M_u}{T_u \cdot z} + \frac{U_K}{4 \cdot A_K} + \frac{Q_u}{T_u} \cdot \alpha_1} \quad (7.10)$$

Versuchs- balken		experimentelle Werte			rechnerische Werte			maßgeb. Bruch- art	$\frac{T_{uexp}}{T_{uth}}$
		$M_u$ [kNm]	$Q_u$ [kN]	$T_u$ [kNm]	$T_{u1}$ [kNm]	$T_{u2}$ [kNm]	$T_{u3}$ [kNm]		
LBTMQ1	Ber. I	-	-	34,29	30,78	40,60	46,91	1	1,11
	Ber. II	90,00	90,00	30,00	30,78	30,77	29,44	3	1,02
LBTMQ2	Ber. I	-	-	22,0	30,78	17,70	37,92	2	1,24
	Ber. II	400,00	228,60	34,00	24,98	41,84	32,85	1	1,36
LBTMQ3	Ber. I	-	-	140,00	142,24	372,06	303,52	1	0,98
	Ber. II	-	-	140,00	142,24	294,55	303,52	1	0,98
LBTMQ4	Ber. I	-	-	110,00	142,24	178,76	89,58	3	1,23
	Ber. II	280,00	130,0	70,00	96,75	181,05	49,86	3	1,40
Mukherji/	G2	-	-	2,46	4,17	1,89	2,34	2	1,31
Wilhelm/	G3	-	-	5,83	3,71	6,69	7,64	1	1,57
Kemp	G4	-	-	8,93	9,87	6,61	7,84	2	1,34
	G5	-	-	18,54	8,78	15,33	21,37	1	2,11
Souza/ Wilhelm	G2	-	-	2,26	3,71	1,89	2,34	2	1,20
	G3	-	-	4,97	3,71	6,69	7,64	1	1,34
	G4	-	-	8,34	8,78	6,61	7,84	2	1,26
	G5	-	-	12,85	8,78	15,33	21,37	1	1,44

Tabelle 7.2: Gegenüberstellung der experimentellen Bruch-  
schnittgrößen mit den rechnerischen Torsionsbruchmomenten  
nach DIN 4119 /1/

In Tabelle 7.2 sind die rechnerischen Torsions-Bruchmomente  $T_{u,th}$  nach DIN 4219 unter Angabe der jeweiligen Bruchart dargestellt. Das Verhältnis der Torsions-Bruchmomente im Versuch  $T_{u,exp}$  zum Versagemoment  $T_{u,th}$  beträgt im Mittel 1,3. Starke Differenzen zwischen experimentellen und theoretischen Werten zeigen sich vor allem bei stark bewehrten Vollquerschnitten unter reiner Torsionsbeanspruchung. (Versuchsbalken G 3 und G 5). Hier scheint in den Annahmen der Norm, die Torsionsschubspannung mit dem Torsionskennwert  $W_T$  des Zustandes I zu berechnen und entsprechend zur Vermeidung der Bruchart 1 auf  $\tau_{02}$  zu begrenzen, die Ursache der starken Unterschätzung des Tragvermögens zu liegen.

#### 7.2.3 Tragfähigkeit nach DIN 4227 Teil 4, Entwurf /4/

Für Bemessung und Ausführung von Spannbetonbauteilen gilt in der Bundesrepublik Deutschland DIN 4227 Teil 1. Für Spannbetonbauteile liegt der entsprechende Teil 4 dieser Norm bisher nur im Entwurf vor. Für den Nachweis der schiefen Hauptspannungen bzw. der Schubdeckung gilt mit den in Abschnitt 12 des Entwurfs von DIN 4227/4 angegebenen Abweichungen der entsprechende Abschnitt 12 der DIN 4227 Teil 1.

Nach DIN 4227 Teil 1 Abschnitt 12 sind bezüglich der Spannungsnachweise im rechnerischen Bruchzustand längs des Tragwerkes zwei das Schubtragverhalten kennzeichnende Zonen zu unterscheiden: Die Zone a, in der Biegerisse nicht zu erwarten sind, und die Zone b, in der sich Schubrisse aus Biegerissen entwickeln. Da sich bei den untersuchten Versuchskörpern die Zone a nur auf den verhältnismäßig kleinen Momentennullpunktsbereich erstreckt und vereinfachend in Zone a wie in Zone b verfahren werden kann, erfolgt die nachfolgende Untersuchung nach den für Zone b maßgebenden Bestimmungen.

Ähnlich wie bei DIN 4219 kann man auch hier die erwähnten drei Versagensarten unterscheiden.

Zu Bruchart 1:

Zur Vermeidung eines vorzeitigen Versagens der Druckdiagonalen ist der Rechenwert der Schubspannung  $\tau$  zu begrenzen. Dabei sind die Schubbeanspruchungen aus Querkraft unter Ansatz des gerissenen Zustandes II und diejenigen aus Torsion aus dem ungerissenen Zustand I zu ermitteln.

$$\text{zul } \tau \geq \frac{Q_u}{b_o \cdot z} + \frac{T_u}{W_T} \quad (7.11)$$

Das rechnerisch von den Druckstreben aufnehmbare Torsionsmoment läßt sich dann bei bekannten Querschnittswerten und Beanspruchungskombinationen wie folgt berechnen:

$$T_{u1} = \frac{\text{zul } \tau \cdot W_T}{1 + \frac{Q_u \cdot W_T}{T_u \cdot b_o \cdot z}} \quad (7.12)$$

Nach Heft 320 des DAfStb /21/ ist das Torsionswiderstandsmoment für Vollquerschnitte am Ersatzhohlkasten zu ermitteln.

Zu Bruchart 2:

Der Gesamtbügelquerschnitt ergibt sich entsprechend DIN 4219 aus dem Torsions- und Querkraftanteil wobei:

$$A_{B,Q} = \frac{Q_u}{2} \cdot \frac{e_B \cdot \tan \alpha}{\beta_{sB} \cdot z} \quad (7.13)$$

und

$$A_{B,T} = \frac{T_u \cdot e_B}{2 \cdot A_K \cdot \beta_{sB}} \quad (7.14)$$

mit

$$\alpha = \arctan \left( 1 - \frac{\Delta T}{\tau_R} \right) \geq 21,8^\circ$$

Hierin bedeutet:

- $A_K$  die von der Mittellinie des gedachten Fachwerkkastens umschlossene Fläche.
- $\tau_R$  Rechenwert der Schubspannung infolge Querkraft nach Zustand II im rechnerischen Bruchzustand.
- $\Delta T$  50 % der bei Balken ohne Nachweis der Schubbewehrung zulässigen Schubspannungen im rechnerischen Bruchzustand.

Durch Umstellung der Bemessungsgleichungen und in Kenntnis der Beanspruchungsverhältnisse gelingt es, aus der vorhandenen Bügelbewehrung die Tragfähigkeit zu ermitteln:

$$T_{u2} = \frac{2 \cdot A_B \cdot \beta_{sB} \cdot A_K}{e_B \left( \frac{Q_u}{T_u} \cdot \frac{A_K}{z} \cdot \tan \alpha + 1 \right)} \quad (7.15)$$

Zu Bruchart 3:

Die Längsbewehrung ist ähnlich wie in DIN 4219 für jede Beanspruchungsart getrennt zu ermitteln und zu addieren. Die vorhandene Längsbewehrung setzt sich aus einem schlaffen und einem vorgespannten Anteil zusammen. Die primär zur Aufnahme der Biegebeanspruchung bzw. zur Begrenzung der Gebrauchsspannung angeordnete Spannbewehrung der Versuchsbalken wurde nicht wie in der Baupraxis üblich dem Biegemomentenverlauf angepaßt, sondern zur Vermeidung eines zusätzlichen Einflußparameters geradlinig eingelegt. Dadurch entstehen in einem großen Bereich der Versuchsbalken Überschüsse an Biegezugbewehrung, die nachfolgend zur Aufnahme der Torsionsbeanspruchung in Rechnung gestellt werden.

Zur Ermittlung der rechnerischen Tragfähigkeit infolge der vorhandenen Längsbewehrung wird die Zugkraft aus den einzelnen Beanspruchungsarten der vorhandenen Fließkraft der Bewehrungsstäbe gegenübergestellt. Im Biegedruckzonenbereich darf die Längszugkraft aus der Schubbeanspruchung um die Biegedruckkraft vermindert werden.

Die aufzunehmenden Zugkräfte der Biege- bzw. Biegedruckseite ergeben sich nach den Gleichungen (7.7) und (7.9).

Infolge der auf der Biegezugseite vorhandenen Längsbewehrung aus Betonstahl  $A_{L1}$  und Spannstahl  $A_{V1}$  mit

$$Z_{1vor} = A_{L1} \cdot \beta_{sL1} + A_{V1} \cdot \beta_{sV1} \quad (7.16)$$

ergibt sich folgende Torsionstragfähigkeit

$$T_{u31} = \frac{Z_{1vorh}}{\frac{M_u}{T_u \cdot z} + \frac{U_K}{4 \cdot A_K} + \frac{Q_u \cdot \alpha_1}{T_u}} \quad (7.17)$$

Entsprechendes gilt für die Biegedruckseite. Mit der hier vorhandenen Fließkraft der Stähle

$$Z_{2vorh} = A_{L2} \cdot \beta_{sL2} + A_{v2} \beta_{sv2} \quad (7.18)$$

ergibt sich folgende Torsionstragfähigkeit

$$T_{u32} = \frac{Z_{2vorh}}{-\frac{M_u}{T_u \cdot z} + \frac{U_K}{4 \cdot A_K} + \frac{Q_u}{T_u} \cdot \alpha_1} \quad (7.19)$$

In Tabelle 7.3 sind die maßgebenden Torsionsversagensmomente nach DIN 4227/4 unter Angabe der jeweiligen Bruchart dargestellt. Das Verhältnis des Torsions-Bruchmomentes zum Versagensmoment nach DIN 4227/4 beträgt im Mittel 1,6. Diese starke Unterschätzung der Traglast durch die Norm hängt hauptsächlich von folgenden Umständen ab:

1. Abgesehen vom Versuchskörper LBTMQ5, - dessen Tragfähigkeit durch die Norm gut vorausgesagt wird, - ändert sich die Beanspruchung der übrigen Versuchskörper sehr rasch entlang der Balkenlängsachse. In großen Bereichen dieser Versuchskörper ist die Biegetragfähigkeit nicht erreicht. Dieser Überschuß an Spannbewehrung führt zu einer Verkleinerung des Neigungswinkels der Druckstreben und damit zu einer Entlastung der Bügelbeanspruchung, deren Tragfähigkeit wie Tabelle 7.3 zeigt, größtenteils das Bruchverhalten der Versuchskörper bestimmt. Nach DIN 4227 Teil 4 und Teil 1 darf bei der Torsionsbemessung jedoch ausschließlich nur eine Neigung der Druckstreben von 45° zugrunde gelegt werden.

2. Bei Vollquerschnitten besteht, wie Tabelle 7.4 zeigt, ein Unterschied zwischen den angenommenen und den tatsächlich an der Aufnahme der Torsionsbeanspruchung beteiligten geometrischen Größen des Fachwerkmodells, insbesondere im Hinblick auf die sich einstellende wirksame Wanddicke. Dies führt zu einer starken Unterschätzung der Druckstrebentragfähigkeit.

Versuchsbalken		experimentelle Werte			rechnerische Werte			Bruchart [--]	$\frac{T_{uexp}}{T_{uZh}}$
		$M_u$ [kNm]	$Q_u$ [kN]	$T_u$ [kNm]	$T_{u1}$ [kNm]	$T_{u2}$ [kNm]	$T_{u3}$ [kNm]		
LBTMQ5	Ber. I	820,00	410,00	223,90	264,84	217,81	293,34	2	1,03
	Ber. II	820,00	-	223,90	287,54	203,37	293,74	2	1,11
LBTMQ6	Ber. I	88,00	45,50	220,00	352,46	128,31	459,27	2	1,71
	Ber. II	525,00	525,00	105,00	113,84	72,24	148,06	2	1,45
LBTMQ7	Ber. I	412,50	412,50	82,50	35,70	48,48	106,70	1	2,31
	Ber. II	-	-	90,75	44,28	94,72	143,84	1	2,05

Tabelle 7.3: Gegenüberstellung der experimentellen Bruchschnittgrößen mit den rechnerischen Torsionsbruchmomenten nach DIN 4227 Teil 4

#### 7.2.4 Torsionslasten nach der CEB/FIP Mustervorschrift /2/

Nachfolgend werden die experimentellen Traglasten mit den theoretischen der CEB-FIP-Mustervorschrift verglichen. Im Gegensatz zu den vorab behandelten Vorschriften DIN 4219 sowie DIN 4227 Teil 4 ist es mit dieser für die europäischen Länder richtungsweisenden Norm möglich, sowohl Stahlleicht- als auch Spannleichtbetonbalken zu behandeln.



Ähnlich wie in DIN 4219 kann man auch hier die erwähnten 3 Brucharten unterscheiden:

Zu Bruchart 1:

Zur Vermeidung eines vorzeitigen Versagens der Druckdiagonalen wird in der CEB/FIP Mustervorschrift eine Interaktionsgleichung für den kombinierten Belastungsfall aus Torsion und Querkraft angegeben:

$$\frac{T_u}{T_{uD}} + \frac{Q_u}{Q_{uD}} \leq 1 \quad (7.20)$$

Darin bedeuten  $T_{uD}$  bzw.  $Q_{uD}$  die Tragfähigkeiten der Druckstreben infolge reiner Torsions- bzw. Querkraftbeanspruchung. Sie ergeben sich im einzelnen zu:

$$T_{uD} = 0,5 \cdot \beta_{PN} \cdot A_K \cdot t \cdot \sin 2\alpha \quad (7.21)$$

$$Q_{uD} = 0,3 \cdot \beta_{PN} \cdot b_o \cdot h \cdot \sin 2\alpha \quad (7.22)$$

Hierin bedeutet:

- $t$  die effektive Wanddicke, die zu  $d_m/6$  anzusetzen ist (bei Rechteckquerschnitten  $b_K/6$ ) wobei im Falle eines Hohlquerschnittes die wirkliche Wanddicke nicht überschritten werden darf.
- $d_m$  der Durchmesser des größten in die Mittellinie mit Umfang  $U_K$  einbeschriebenen Kreises.
- $A_K$  die von der Verbindungslinie der Ecklängsstäbe umschlossene Kernquerschnittsfläche.
- $\alpha$  der Neigungswinkel der Betondruckstreben.

Bei Normalbetonbauteilen darf die Neigung zwischen folgenden Grenzen schwanken:

$$3/5 < \cot \alpha < 5/3 \quad (7.23)$$

Nach Abschnitt 20.12 sollte bei Tragwerken aus Beton mit Leichtzuschlägen in Anbetracht des derzeit ungenügenden Wissensstandes  $\alpha$  nicht flacher als  $45^\circ$  angenommen werden. Es wird deshalb nachfolgend ein Neigungswinkel der Druckstreben von  $45^\circ$  zugrundegelegt. In Kenntnis der Beanspruchungsverhältnisse ergibt sich die Torsionstragfähigkeit aus Gleichung (7.20) zu:

$$T_{u1} = \frac{T_{uD}}{1 + \frac{Q_u \cdot T_{uD}}{Q_{uD} \cdot T_u}} \quad (7.24)$$

#### Zu Bruchart 2:

Die Bügelquerschnitte dürfen getrennt für Torsion und für Querkraft bestimmt und anschließend addiert werden, dabei ergeben sich die einzelnen Anteile zu:

$$A_{B,Q} = \frac{Q_u \cdot e_B}{1,8 \cdot h \cdot \beta_{sB}} \quad (7.25)$$

$$A_{B,T} = \frac{T_u \cdot e_B}{2 \cdot A_K \cdot \beta_{sB}}$$

Aus den o. g. Angaben läßt sich in Kenntnis der eingelegten Bügelbewehrung sowie des Beanspruchungsverhältnisses  $Q/T$  folgende Torsionstragfähigkeit ermitteln:

$$T_{u2} = \frac{A_B \cdot \beta_{sB} \cdot A_K \cdot 2}{e_B \left( \frac{Q_u \cdot A_K}{T_u \cdot 0,9 \cdot h} + 1 \right)} \quad (7.26)$$

Zu Bruchart 3:

Die Längsbewehrung ist ebenfalls getrennt für Torsion und für Biegung zu bestimmen. Dabei ist in der Biegezugzone die Torsionsbewehrung zusätzlich zur Biegebewehrung einzulegen. In der Biegedruckzone darf sie entsprechend der vorhandenen Biegedruckkraft verringert werden.

Danach ergibt sich die an der Biegezugseite aufzunehmende Zugkraft zu:

$$Z_1 = \frac{M_u}{z} + \frac{T_u \cdot U_K}{4 \cdot A_K \cdot \tan \alpha} + \frac{Q_u \cdot 0,9}{2 \cdot \tan \alpha} \quad (7.27)$$

An den Stellen, an denen das Moment einen Extremalwert besitzt, wird der Term zur Berücksichtigung der Querkraftbeanspruchung zu Null.

Mit der auf der Biegezugseite vorhandenen Längsbewehrung aus Betonstahl  $A_{L1}$  und Spannstahl  $A_{V1}$  mit einer Fließkraft von

$$Z_{1vorh} = A_{L1} \cdot \sigma_{sL1} \quad (7.28)$$

ergibt sich folgende Torsionstragfähigkeit:

$$T_{u31} = \frac{Z_{1vorh} \cdot 4 \cdot A_K}{U_K \left( 1 + \frac{M_u}{T_u \cdot z} \cdot \frac{4 \cdot A_K}{U_K} + \frac{Q_u \cdot 1,8 \cdot A_K}{T_u \cdot U_K} \right)} \quad (7.29)$$

wobei  $A_{L1}$  in Gleichung (7.27) die äquivalente schlaffe Längsbewehrung darstellt; sie ergibt sich zu:

$$A_{L\bar{a}} = \frac{\beta_{sV}}{\beta_{sL}} \cdot A_V + A_L$$

bzw.

(7.30)

$$A_{L\bar{a}} = \frac{\sigma_V + \beta_{sL}}{\beta_{sL}} \cdot A_V + A_L$$

Der kleinere der beiden Werte ist dabei maßgebend.

$\sigma_V$  ist die Vorspannung der Spannbewehrung.

Entsprechend gilt für die Biegedruckseite

$$z_2 = - \frac{M_u}{z} + \frac{T_u \cdot U_K}{4 \cdot A_K \cdot \tan \alpha} + \frac{Q_u \cdot 0,9}{2 \cdot \tan \alpha} \quad (7.31)$$

Mit der auf der Biegedruckseite vorhandenen Längsbewehrung aus Betonstahl  $A_{L2}$  und Spannstahl  $A_{V2}$  mit einer Fließkraft von

$$z_{2vorh} = A_{L\bar{a}2} \cdot \beta_{sL2} \quad (7.32)$$

ergibt sich folgende Torsionstragfähigkeit:

$$T_{u32} = \frac{z_{2vorh} \cdot 4 \cdot A_K}{U_K \left( 1 - \frac{M_u \cdot 4 \cdot A_K}{T_u \cdot z \cdot U_K} + \frac{Q_u \cdot 1,8 \cdot A_K}{T_u \cdot U_K} \right)} \quad (7.33)$$

Die Ermittlung von  $A_{L\bar{a}2}$  erfolgt nach Gleichung (7.30).

Versuchsbalken		experimentelle Werte			rechnerische Werte			maßgeb. Bruchart	$\frac{T_{uexp}}{T_{uth}}$
		$M_u$ [kNm]	$Q_u$ [Nm]	$T_u$ [kNm]	$T_{u1}$ [kNm]	$T_{u2}$ [kNm]	$T_{u3}$ [kNm]		
LBTMQ1	Ber. I	-	-	34,29	48,5	40,60	46,91	2	0,84
	Ber. II	90,00	90,00	30,00	40,63	24,14	29,44	3	1,02
LBTMQ2	Ber. I	-	-	22,0	35,79	17,70	37,92	2	1,24
	Ber. II	400,00	228,60	34,00	26,92	36,16	32,85	1	1,26
LBTMQ3	Ber. I	-	-	140,00	201,77	372,06	303,52	1	0,69
	Ber. II	-	-	140,00	201,77	294,55	303,52	1	0,69
LBTMQ4	Ber. I	-	-	110,00	251,70	178,76	89,58	3	1,23
	Ber. II	280,00	130,0	70,00	134,39	141,85	49,86	3	1,40
LBTMQ5	Ber. I	820,00	410,00	223,90	381,71	188,75	293,34	2	1,09
	Ber. II	820,00	-	223,90	724,45	202,37	293,34	2	1,11
LBTMQ6	Ber. I	88,00	45,50	220,00	441,70	120,67	459,27	2	1,82
	Ber. II	525,00	525,00	105,00	142,88	51,89	148,06	2	2,02
LBTMQ7	Ber. I	412,50	412,50	82,50	48,56	49,26	106,70	1	1,70
	Ber. II	-	-	90,75	60,88	94,72	143,89	1	1,49
Mukherji/	G2	-	-	2,48	4,44	1,89	2,34	2	1,31
Wilhelm/	G3	-	-	5,83	2,75	6,69	7,64	1	2,12
Kemp	G4	-	-	8,93	9,95	6,61	7,84	2	1,35
	G5	-	-	18,54	5,09	15,33	21,37	1	3,64
Souza/ Wilhelm	G2	-	-	2,26	3,40	1,89	2,34	2	1,20
	G3	-	-	4,97	2,54	6,69	7,64	1	1,96
	G4	-	-	8,34	7,62	6,61	7,84	2	1,26
	G5	-	-	12,85	4,70	15,33	21,37	1	2,69

**Tabelle 7.4: Gegenüberstellung der experimentellen Bruchschnittgrößen mit den rechnerischen Torsionsbruchmomenten nach der CEB/FIP-Mustervorschrift**

In Tabelle 7.4 sind die nach den vorab erläuterten Gleichungen der CEB/FIP-Mustervorschrift ermittelten Torsionstraglasten der einzelnen Versuchsbalken aufgeführt und mit den experimentellen Bruchschnittgrößen verglichen. Das Verhältnis der Torsions-Bruchmomente zu den Torsionsversagensmomenten nach der CEB/FIP-Mustervorschrift beträgt im Mittel 1,5.

Diese starke Unterschätzung der Traglast durch die Mustervorschrift hängt hauptsächlich von folgenden Umständen ab:

1. Für die Bemessung wird aufgrund der mangelnden Versuchserfahrung sowohl für Querkraft als auch für Torsion ein Neigungswinkel der Druckstreben von  $45^\circ$  angesetzt.
2. Es besteht ein Unterschied zwischen den angenommenen und den tatsächlichen an der Aufnahme der Torsionsbeanspruchung beteiligten geometrischen Größen des Hohlkastens insbesondere im Hinblick auf die wirksame Wanddicke.

#### 7.2.5 Tragfähigkeit nach dem Fachwerkmodell mit variablem Druckstrebenneigungswinkel

Anfang der 70er Jahre wurde von Thürlimann/Lüchinger /12/ und Elfgrén /13/ ein räumliches Fachwerkmodell mit variablem Neigungswinkel der Druckstreben zur Ermittlung der Traglast für Stahlbetonbalken unter kombinierter Beanspruchung aus Torsion, Biegung und Querkraft entwickelt. Das Modell ist im wesentlichen eine Weiterentwicklung der Lampertschen Fachwerkanalogie /22/ für den Belastungsfall Torsion und Biegung.

Das Bruchmodell ist ausschließlich auf nicht überbewehrte Balken anwendbar, bei welchen während des Bruchvorganges sowohl die Längs- als auch die Bügelarmierung die Fließgrenze erreichen.

Folgende Annahmen liegen dem Fachwerkmodell zugrunde:

1. Die an der Aufnahme der Beanspruchung beteiligten effektiven geometrischen Größen werden unabhängig vom Bewehrungsgrad als Funktion der Ecklängsstablage festgelegt.

$$\begin{aligned} A_K &= b_K \cdot d_K \\ b_K &= b_E \\ d_K &= d_E \\ z &= d_E \end{aligned} \quad (7.34)$$

Hierin bedeuten  $b_E$  und  $d_E$  die Abstände der Ecklängsstäbe parallel zu den jeweiligen Querschnittsrändern.

2. Es wird vorausgesetzt, daß die Längsbewehrung in den Querschnittsecken konzentriert ist.  
Über den Querschnittsumfang verteilte Bewehrung wird anteilmäßig derart den Gurten zugewiesen, daß die statischen Momente der Stäbe um die Schwerachsen des Querschnitts erhalten bleiben.
3. Es wird angenommen, daß die Biegung ausschließlich von den durch die Längsbewehrung gebildeten Gurten übertragen wird. Ein Druckfließen der Gurte in der Biegedruckzone wird nicht berücksichtigt.
4. Der Schubfluß infolge des Torsionsmomentes wird an einem dünnwandigen Hohlkasten nach der E-Theorie ermittelt:

$$q = \frac{T}{2 \cdot A_K} \quad (7.35a)$$

5. Es wird angenommen, daß die Schubspannungen aus Querkraft gleichmäßig über den Querschnitt verteilt sind. Dann ergibt sich der Schubfluß in den Vertikalwänden zu:

$$q_Q = \frac{Q}{2 \cdot d_K} \quad (7.35b)$$

6. Der Gesamtschubfluß der einzelnen Wände setzt sich aus den Schubflußanteilen infolge Querkraft und Torsion zusammen.
7. Die Neigung der Druckstreben an jeder Fachwerkseite ist proportional der Größe des Schubflusses:

$$\tan \alpha_i = \frac{A_B \cdot \beta_{sB}}{e_B \cdot q_i} \quad (7.36)$$

Zur Ermittlung der Traglast müssen verschiedene Brucharten untersucht werden, wobei jede Bruchart durch die Lage ihrer Druckzone bzw. Drehachse charakterisiert ist. Dabei wird angenommen, daß die Drehachsen durch die Schwerachse von jeweils zwei Gurten verlaufen.

Bruchart 1: Drehachse in der Biegedruckzone.

Bruchart 2: Drehachse in der Biegezugzone.

Bruchart 3: Drehachse an der Seitenfläche mit gegensätzlich gerichteten Schubflüssen aus Querkraft und Torsion.

Zur Bestimmung der Traglasten für die einzelnen Brucharten wird die Annahme getroffen, daß mit Ausnahme des jeweils auf der Drehachse liegenden Gurtes die gesamte Bewehrung des untersuchten Querschnittes zum Fließen kommt.



Mit Hilfe der o. a. Annahme und den Traglasten für die einzelnen Beanspruchungsarten

$$\begin{aligned}
 M_{uo} &= Z_1 \cdot d_K \\
 Q_{uo} &= 2 \cdot \sqrt{Z_2 \cdot A_B \cdot \beta_{sB} \cdot \frac{d_K}{e_B}} \\
 T_{uo} &= 2 \cdot A_K \sqrt{\frac{Z_2 \cdot A_B \cdot \beta_{sB}}{(d_K + b_K) \cdot e_B}}
 \end{aligned} \tag{7.37}$$

ergeben sich folgende Interaktionsgleichungen für die einzelnen Brucharten, die für die Kombination aller Beanspruchungen einen Interaktionsraum beschreiben:

#### Bruchart 1

$$\frac{M_u}{M_{uo}} + \left( \frac{T_u}{T_{uo}} \right)^2 \cdot r + \left( \frac{Q_u}{Q_{uo}} \right)^2 \cdot r = 1 \tag{7.38}$$

#### Bruchart 2

$$\frac{M_u}{M_{uo}} \left( -\frac{1}{r} \right) + \left( \frac{T_u}{T_{uo}} \right)^2 + \left( \frac{Q_u}{Q_{uo}} \right)^2 = 1 \tag{7.39}$$

#### Bruchart 3

$$\begin{aligned}
 &\left( \frac{T_u}{T_{uo}} \right)^2 \cdot \frac{2r}{r+1} + \left( \frac{Q_u}{Q_{uo}} \right)^2 \cdot \frac{2r}{r+1} + \frac{T_u}{T_{uo}} \frac{Q_u}{Q_{uo}} \cdot \frac{2r}{r+1} \\
 &\cdot \frac{2}{\sqrt{1 + b_K/d_K}} = 1
 \end{aligned} \tag{7.40}$$

Darin bedeutet  $r$  das Verhältnis der Gurtfließkraft der Biegedruckzone zu derjenigen der Biegezugzone

$$r = \frac{Z_2}{Z_1} \quad (7.41)$$

$Z_1$  = Fließkraft des Biegezugzonengurtes

$Z_2$  = Fließkraft des Biegedruckzonengurtes

Lampert /22/ und auch Lampert/Lüchinger/Thürlimann /23/ zeigen, daß dieses Bruchmodell auch für vorgespannte Balken angewendet werden kann. Voraussetzung dafür ist jedoch, daß der Spannstahl derart vorgespannt ist, daß  $\sigma_v \approx 0,65\beta_{sv}$  ist, damit die Streckgrenze bei ähnlichen zusätzlichen Dehnungszuwächsen, wie sie für schlaffe Bewehrung charakteristisch sind, erreicht wird.

Die vorhandene Spannbewehrung kann dabei nach Gleichung (7.30) in eine äquivalente schlaffe Längsbewehrung umgewandelt werden.

Die Torsionstraglasten der einzelnen Brucharten lassen sich bei bekannten Beanspruchungsverhältnissen durch Umformung der Gleichungen (7.33) - (7.40) wie folgt ermitteln:

#### Bruchart 1

$$T_{u1} = \frac{M_{uo}}{B_1} \left( -0,5 \cdot \frac{M_u}{T_u} + \sqrt{0,25 \cdot \frac{M_u}{T_u} + B_1} \right) \quad (7.42)$$

wobei

$$B_1 = \left( \frac{M_u}{T_{uo}} \right)^2 + \left( \frac{M_{uo}}{Q_{uo}} \cdot \frac{Q_u}{T_u} \right)^2 \cdot r$$

### Bruchart 2

$$T_{u2} = \frac{M_{uo}}{B_1} \left( 0,5 \cdot \frac{M_u}{T_u} + \sqrt{0,25 \cdot \frac{M_u^2}{T_u^2} + B_1 \cdot r} \right) \quad (7.43)$$

### Bruchart 3

$$T_{u3} = T_{uo} \sqrt{\frac{r+1}{2 \cdot r} \cdot B_3} \quad (7.44)$$

wobei

$$B_3 = \frac{1}{1 + \eta^2 \cdot \frac{T_{uo}^2}{Q_{uo}^2} + \frac{\eta \cdot T_{uo} \cdot 2}{\sqrt{1 + b_K/d_K} \cdot Q_{uo}}}$$

Maßgebend für das Versagen ist das kleinste der drei Bruchmomente.

Wie Elfgren /13/ zeigt, sind die Interaktionsgleichungen für die Stellen, an denen konzentrierte Lasten angreifen und außerdem das Biegemoment einen Extremwert besitzt, nicht anwendbar. Dies ist dadurch zu erklären, daß die Querkraft an dieser Stelle nicht die Spannung in den Gurten beeinflusst, wie dies bei der Ableitung der Interaktionsgleichungen vorausgesetzt war. Anwendbar sind die Gleichungen jedoch in einer Entfernung  $x$  vom Lastangriff (Versatzmaß):

$$x = \frac{d_K}{2} \cdot \cot \alpha_v \quad (7.45)$$

$$\cot \alpha_v = \frac{Q}{2 \cdot d_K} \cdot \frac{e_B}{A_B \cdot \beta_{sB}}$$

In Tabelle 7.5 sind die anhand des räumlichen Fachwerkmodells mit variablen Neigungswinkel ermittelten Torsionsversagensmomente unter Angabe der Bruchart dargestellt und mit den im Versuch erzielten Bruchmomenten verglichen.

Das Verhältnis der Torsions-Bruchmomente zu den rechnerischen Versagemomenten ist wesentlich niedriger als bei DIN 4219 /1/, DIN 4223/4 /3/ und der CEB/FIP-Mustervorschrift /2/.

Im Gegensatz zu den vorab behandelten Normen wird mit diesem Modell die Tragfähigkeit überschätzt. Das Verhältnis der Torsions-Bruchmomente zu den Torsionsversagemomenten beträgt im Mittel 0,84.

Der Grund für diese insgesamt verbesserte Traglastvoraussage gegenüber denjenigen der bisher behandelten Vorschriften ist hauptsächlich auf die Einführung eines an jeder Balkenseite unterschiedlichen und von den Parametern Bewehrungsverteilung sowie Beanspruchungsverhältnis abhängigen Neigungswinkels der Druckstreben zurückzuführen.

Allerdings zeigt die Überschätzung der Traglast durch dieses Modell, daß bei Leichtbetonbalken dieser Winkel nicht so stark von der 45° Richtung abweichen kann, wie dies bei Normalbetonbalken möglich ist.

Ein weiterer Grund für die Traglastüberschätzung liegt darin, daß nach dieser Fachwerkanalogie ein Fließen der Bewehrung im Bruchzustand vorausgesetzt wird und deshalb Fälle, wo der Bruch durch Versagen des Betons eintritt, nicht erfaßt werden. Im wesentlichen kann der Beton den Bruch in dreierlei Weise beeinflussen:

- a) Versagen des Balkens nach Bildung des ersten Risses (Spröddbruch)
- b) Versagen der Betondruckzone, bevor die Zugbewehrung ihre Fließspannung erreicht hat (überbewehrt für Biegung)
- c) Versagen der Betondruckdiagonalen, bevor die Schubbewehrung ihre Fließspannung erreicht hat (überbewehrt für Querkraft und Torsion).

Die vorab erläuterten Normen, nämlich DIN 4219 /1/, DIN 4227/4 /3/ und die CEB/FIP /2/ Mustervorschrift behandeln diese Brucharten folgendermaßen:

Zu a):

Zur Verhinderung dieser Versagensart als auch zur Rißbreitenbeschränkung wird sowohl ein maximaler Bügelabstand und ein Größtabstand der Torsionslängsbewehrung angegeben. In der Regel ist diese Mindestbewehrung imstande, die Zugkräfte im Rißbildungsstadium aufzunehmen.

Zu b):

Versagen der Betondruckzone tritt häufig bei Biegung mit Achsdruck auf. Eine Begrenzung der Längsbewehrung kann dies u. U. verhindern.

In den o. a. Vorschriften wird eine getrennte Ermittlung der Längsbewehrung für jede Beanspruchungsart gefordert. Ausschließlich beim Biegenachweis wird ein Versagen der Biegedruckzone durch Begrenzung der Betonranddehnung und damit auch des Längsbewehrungsgehaltes verhindert. Bei kombinierter Beanspruchung greift diese Begrenzung im allgemeinen jedoch nicht, da bei Hinzutreten einer Torsionsbeanspruchung zwar der Hebelarm der inneren Kräfte anwächst, jedoch gleichzeitig die Höhe der Druckzone verringert wird. Außerdem erhält die Druckspannungsrresultante eine Neigung gegen die Längsachse.

Zu c):

Ein Versagen der Betondruckdiagonalen durch einen sogenannten "schiefen Druckbruch" vor dem Fließen der Schubbewehrung kann durch eine entsprechende Begrenzung der Schubspannung verhindert werden. Auch bei dem Fachwerkmodell mit variablen Druckstrebenneigungen werden oft die Regeln der CEB/FIP-Mustervorschrift /2/ zur Verhinderung eines schiefen Druckbruchs herangezogen. Ein Vergleich der Tabelle 7.4 und 7.5 zeigt jedoch, daß in einem solchen Fall die Versagenslast weitgehend von der in Ansatz gebrachten Druckstreben-tragfähigkeit abhängig wäre und die Bruchlast stark unterschätzt würde. Der Grund hierfür ist der Umstand, daß die CEB-Mustervorschrift mit einer effektiven Wanddicke der Druckdiagonalen arbeitet, deren Größe ausschließlich eine Funktion der Querschnittsabmessungen und der Lage der Eklängsstäbe ist.

Untersuchungen von Mitchell/Collins /24/ sowie Kordina-/Teutsch /15/ zeigen, daß die effektive Wanddicke von der Krümmung der Diagonalen infolge Verwölbung des tordierten Querschnitts beeinflusst wird. Da sich die Verdrehung im Zustand II im wesentlichen umgekehrt proportional zum Bewehrungsgrad verhält, vergrößert sich im allgemeinen die Wanddicke bei steigendem Armierungsgehalt.

Nachfolgend werden noch zwei neuentwickelte Modelle vorgestellt, bei denen die Unzulänglichkeiten der Interaktionsgleichungen weitgehend beseitigt sind und bei denen die Abschätzung der effektiven geometrischen Größen wirklichkeitsnäher erfolgt. Diese beiden Modelle sind jedoch bisher nur für Normalbetonbauteile anwendbar. Eine Überprüfung ihrer Anwendbarkeit auf Leichtbetonbalken bzw. eine Modifizierung der Ansätze kann anhand des nachfolgenden Vergleichs mit den Versuchsergebnissen erfolgen.

Versuchsbalken		experimentelle Werte			rechnerische Werte			maßgeb. Bruchart	$\frac{T_{uexp}}{T_{uth}}$
		$M_u$ [kNm]	$Q_u$ [kN]	$T_u$ [kNm]	$T_{u1}$ [kNm]	$T_{u2}$ [kNm]	$T_{u3}$ [kNm]		
LBTMQ1	Ber. I	-	-	34,29	43,65	43,65	43,65	1/2/3	0,79
	Ber. II	90,00	90,00	30,00	35,05	74,77	37,80	3	0,86
LBTMQ2	Ber. I	-	-	22,0	41,23	25,91	34,43	2	0,85
	Ber. II	400,00	228,60	34,00	44,58	291,44	72,50	1	0,76
LBTMQ3	Ber. I	-	-	140,00	209,01	209,01	209,01	1/2/3	0,47
	Ber. II	-	-	140,00	475,23	336,04	411,56	2	0,42
LBTMQ4	Ber. I	-	-	110,00	219,18	126,54	178,95	2	0,87
	Ber. II	280,00	130,0	70,00	67,48	732,63	148,50	1	1,04
LBTMQ5	Ber. I	820,00	410,00	223,90	338,17	945,49	391,17	1	0,66
	Ber. II	820,00	-	223,90	295,37	850,37	446,40	1	0,76
LBTMQ6	Ber. I	88,00	45,50	220,00	340,04	248,50	294,37	2	0,89
	Ber. II	525,00	525,00	105,00	141,75	300,01	164,04	1	0,74
LBTMQ7	Ber. I	412,50	412,50	82,50	111,15	156,47	94,21	3	0,88
	Ber. II	-	-	90,75	194,94	194,94	194,94	1/2/3	0,47
Mukherji/	G2	-	-	2,48	2,05	2,05	2,05	1/2/3	1,21
Wilhelm/	G3	-	-	5,83	7,15	7,15	7,15	1/2/3	0,82
Kemp	G4	-	-	8,93	7,19	7,19	7,19	1/2/3	1,24
	G5	-	-	18,54	18,10	18,10	18,10	1/2/3	1,02
Souza/ Wilhelm	G2	-	-	2,26	2,05	2,05	2,05	1/2/3	1,10
	G3	-	-	4,97	7,15	7,15	7,15	1/2/3	0,70
	G4	-	-	8,34	7,19	7,19	7,19	1/2/3	1,16
	G5	-	-	12,85	18,10	18,10	18,10	1/2/3	0,70

**Tabelle 7.5:** Gegenüberstellung der experimentellen Bruchschnittgrößen mit den rechnerischen Torsionsmomenten nach der Fachwerkanalogie

### 7.2.6 Tragfähigkeit nach dem Bemessungsverfahren von Collins/Mitchell /24/

Das Bemessungsverfahren von Collins/Mitchell für Stahlbeton und Spannbetonbalken unter Schub- und Torsionsbeanspruchung ähnelt sehr dem entsprechenden Verfahren der CEB/FIP-Mustervorschrift /2/.1 Dies gilt vor allem für die Bewehrungsermittlung. Wie bei der CEB/FIP-Mustervorschrift werden die Bewehrungsanteile für jede Beanspruchungsart getrennt ermittelt. Unterschiede ergeben sich jedoch in der Zugrundelegung der wirksamen geometrischen Größen wie Kernquerschnitt  $A_K$ , Wanddicke  $t$  und dem Neigungswinkel der Druckstreben. Auch hier wird zwischen 3 Brucharten unterschieden.

#### Zu Bruchart 1

Zur Vermeidung eines Schubdruckbruches im Steg muß die Schubspannung  $\tau$  aus Torsion und Querkraft folgender Ungleichung genügen:

$$10 + \frac{35 (\tau/\beta_{DN})}{0,42 - 50 \cdot \epsilon_L} < \alpha < \frac{80 - 35 (\tau/\beta_{DN})}{0,42 - 65 \cdot \epsilon_{BS}} \quad (7.46)$$

Hierin bedeuten:

- $\alpha$  Neigungswinkel der Druckstreben in Grad. Dieser Wert kann innerhalb der in Gleichung (7.46) angegebenen Grenzen frei gewählt werden .
- $\epsilon_L$  Dehnung der Längsbewehrung. Dieser Wert kann frei gewählt werden.
- $\epsilon_{BS}$  Dehnung der Bügel bei deren Fließgrenze.

Die Schubspannung  $\tau$  aus Querkraft und Torsion ergibt sich dabei zu:

$$\tau = \frac{Q_u}{b_{ov} \cdot d_K} + \frac{T_u \cdot U_B}{A_{KB}^2} \quad (7.47)$$



Hierin bedeuten:

- $b_{ov}$  kleinste Stegbreite, unter Vernachlässigung des außerhalb der Bügelschwerachsen liegenden Betons
- $d_K$  Abstand zwischen den oberen und unteren Längsstäben
- $A_{KB}$  Kernquerschnitt, dessen äußere Begrenzung die Bügelschwerachsen bilden
- $U_B$  Umfang des Kernquerschnittes  $A_{KB}$

Aus den Gleichungen (7.46) und (7.47) ergeben sich zwei Ansätze für die Tragfähigkeit infolge Versagens der Druckstreben, von denen derjenige, welcher das kleinste Versagemoment liefert, maßgebend ist.

$$T_{u11} = \frac{(\alpha - 10) \cdot (0,42 - 50 \cdot \varepsilon_L) \cdot \beta_{pN}}{35 \cdot \left( \frac{U_B}{A_{KB} \cdot 2} + \frac{\eta}{b_{ov} \cdot d_K} \right)} \quad (7.48)$$

$$T_{u12} = \frac{(80 - \alpha) (0,42 - 65 \cdot \varepsilon_{sB}) \cdot \beta_{pN}}{35 \cdot \left( \frac{U_B}{A_{KB} \cdot 2} + \frac{\eta}{b_{ov} \cdot d_K} \right)}$$

#### Zu Bruchart 2

Die Bügelquerschnitte dürfen getrennt für Torsion und Querkraft ermittelt und anschließend addiert werden. Dabei ergeben sich die einzelnen Anteile zu:

$$A_{BQ} = \frac{Q_u \cdot e_B \cdot \tan \alpha}{2 \cdot d_K \cdot \beta_{sB}} \quad (7.49)$$

$$A_{BT} = \frac{T_u \cdot e_B \cdot \tan \alpha}{2 \cdot A_K \cdot \beta_{sB}}$$

In Kenntnis der vorhandenen Bügelbewehrung sowie der Beanspruchungsverhältnisse läßt sich aus Gleichung (7.49) folgende Torsionstragfähigkeit ermitteln.

$$T_{u2} = \frac{A_B \cdot \beta_{sB} \cdot \cot \alpha \cdot A_K \cdot 2}{e_B \left(1 + \eta \cdot \frac{A_K}{d_K}\right)} \quad (7.50)$$

Gleichung (7.50) ist nahezu identisch mit der entsprechenden Tragfähigkeitsgleichung der CEB/FIP Mustervorschrift. Es bestehen allerdings Unterschiede in der Ermittlung des Kernquerschnittes  $A_K$ . Während in der CEB Vorschrift der Kernquerschnitt  $A_K$  durch die Verbindungslinie der Ecklängsstäbe begrenzt wird, ergibt er sich nach Collins/Mitchell zu:

$$A_K = A_{KB} - \frac{t}{2} \cdot U_B \quad (7.51)$$

Dabei ist  $t$  die wirksame Wanddicke.

Collins/Mitchell gehen, wie Gleichung (7.51) zeigt, davon aus, daß der außerhalb der Bügelschenkel liegende Betonanteil keinen Beitrag zur Tragfähigkeit liefert.

Die wirksame Wanddicke ergibt sich nach Collins/Mitchell zu:

$$t = \frac{A_{KB}}{U_B} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{T_u \cdot U_B}{0,85 \cdot \beta_p \cdot A_{KB}^2} \left( \tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha} \right)} \right] \quad (7.52)$$

### Zu Bruchart 3

Die Längsbewehrung ist ebenfalls getrennt für Biegung und für die Schubbeanspruchung aus Querkraft und Torsion zu ermitteln.

Nach Mitchell/Collins ergibt sich die an der Biegezugseite auftretende Zugkraft zu:

$$z_1 = \frac{M_u}{z} + \frac{\beta_v}{\tan \alpha} \sqrt{Q_u^2 + \left( \frac{T_u \cdot U_K}{2 \cdot A_K} \right)^2} \quad (7.53)$$

Wobei  $\beta_v$  eine Funktion der in Gleichung (7.46) gewählten Längsstahldehnung  $\epsilon_L$  ist

$$\beta_{v1} = \frac{\beta_{sL}}{E_s \cdot \epsilon_L} \quad (7.54)$$

$$\beta_{v2} = \frac{\beta_s}{\sigma_{v0} + E_s \cdot \epsilon_L}$$

Der kleinere Wert ist maßgebend, jedoch sollte  $\beta_v$  nicht kleiner als 1,0 sein.

Der Umfang des Kernquerschnittes  $U_K$  ergibt sich zu:

$$U_K = U_B - 4 \cdot t \quad (7.55)$$

An den Stellen, an denen das Moment einen Extremalwert besitzt, wird der Term infolge der Querkraftbeanspruchung in Gleichung (7.53) zu Null.

Infolge der an der Biegezugseite eingelegten Längsbewehrung aus Betonstahl  $A_{L1}$  und Spannstahl  $A_{V1}$  mit  $z_{lvorh}$  nach Gleichung (7.28) und (7.30) ergibt sich folgende Torsionstragfähigkeit:

$$T_{u31} = \frac{z_{lvorh}}{\frac{M_u}{T_u \cdot z} + \frac{\beta_v \cdot U_K}{\tan \alpha \cdot 4 \cdot A_K} \sqrt{1 + \left( \frac{\eta \cdot 2 \cdot A_K^2}{U_K} \right)^2}} \quad (7.56)$$

Entsprechend gilt für die Biegedruckseite

$$T_{u31} = \frac{z_{2\text{vorh}}}{-\frac{M_u}{T_u \cdot z} + \frac{\beta_v \cdot U_K}{\tan \alpha \cdot 4 \cdot A_K} \sqrt{1 + \left(\frac{\eta \cdot 2 \cdot A_K}{U_K}\right)^2}} \quad (7.57)$$

In Tabelle 7.6 sind die mit dem Bemessungsverfahren von Collins/Mitchell ermittelten Torsionsversagensmomente unter Angabe der Bruchart dargestellt und mit den im Versuch erzielten Bruchmomenten verglichen. Das Mittel des Verhältnisses der beobachteten Torsions-Bruchmomente zu den rechnerischen Versagensmomenten liegt in der Größenordnung von 0,95 und die Standardabweichung beträgt 17 %.

Die Voraussageergebnisse sind damit wesentlich besser als diejenigen der vorab behandelten Normen.

Die Tabelle 7.6 zeigt, daß dieses Modell die Torsionstragfähigkeit von stark bewehrten Hohlkästen über- und diejenige entsprechender Vollquerschnitte unterschätzt.

Die Ursache ist in der Vorgabe der Bruch Schubspannung bzw. in den wirksamen geometrischen Größen zu suchen.

Versuchs- balken		experimentelle Werte			rechnerische Werte			maßgeb. Bruch- art	$\frac{T_{uexp}}{T_{uth}}$
		$M_u$ [kNm]	$Q_u$ [kN]	$T_u$ [kNm]	$T_{u1}$ [kNm]	$T_{u2}$ [kNm]	$T_{u3}$ [kNm]		
LBTMQ1	Ber. I	-	-	34,29	73,71	44,48	44,48	2/3	0,77
	Ber. II	90,00	90,00	30,00	49,81	33,33	33,33	2/3	0,90
LBTMQ2	Ber. I	-	-	22,00	47,46	28,93	28,93	2/3	0,76
	Ber. II	400,00	228,60	34,00	38,34	41,81	42,67	1	0,89
LBTMQ3	Ber. I	-	-	140,00	224,39	283,50	266,78	1	0,62
	Ber. II	-	-	140,00	223,61	358,94	520,72	1	0,63
LBTMQ4	Ber. I	-	-	110,00	181,10	127,89	127,89	2/3	0,86
	Ber. II	280,00	130,0	70,00	103,44	68,22	68,22	2/3	1,03
LBTMQ5	Ber. I	820,00	410,00	223,90	498,17	236,83	236,83	2/3	0,95
	Ber. II	820,00	-	223,90	679,00	246,17	246,17	2/3	0,91
LBTMQ6	Ber. I	88,00	45,50	220,00	248,80	234,40	234,40	2/3	0,94
	Ber. II	525,00	525,00	105,00	120,23	120,23	129,85	1/2	0,87
LBTMQ7	Ber. I	412,50	412,50	82,50	65,39	65,39	151,69	1/2	1,26
	Ber. II	-	-	90,75	112,39	113,91	291,99	1	0,81
Mukherji/	G2	-	-	2,48	5,83	2,32	2,32	2/3	1,07
Wilhelm/	G3	-	-	5,83	4,89	7,99	7,32	1	1,20
Kemp	G4	-	-	8,93	18,34	7,85	7,85	2/3	1,14
	G5	-	-	18,54	15,57	18,59	22,05	1	1,19
Souza/ Wilhelm	G2	-	-	2,26	4,45	2,28	2,28	2/3	0,99
	G3	-	-	4,97	4,58	8,12	7,43	1	1,09
	G4	-	-	8,34	13,93	7,65	7,65	2/3	1,09
	G5	-	-	12,85	14,34	18,53	22,01	1	0,88

**Tabelle 7.6:** Gegenüberstellung der experimentellen Bruch-schnittgrößen mit den rechnerischen Torsionsmomenten nach Mitchell/Collins

### 7.2.7 Tragfähigkeit nach dem Bemessungsmodell von Kordina/- Teutsch /25/

Das Bemessungsmodell von Kordina/Teutsch ist aufgrund der festgestellten Diskrepanz zwischen rechnerischen Aussagen der CEB/FIP-Mustervorschrift und experimentellen Ergebnissen vor allem bei höher bewehrten Stahlbeton- und Spannbetonbalken unter kombinierter Beanspruchung aus Torsion, Biegung und Querkraft entwickelt worden und stellt eine Überarbeitung der CEB/FIP-Mustervorschrift dar.

Das Bemessungsverfahren ist eine Vereinfachung des Fachwerkmodells von Teutsch /14/.

Dieses räumliche Fachwerk besteht aus Längsgurten, Bügeln (Pfosten) sowie aus an jeder Rechteckseite verschieden dicken und mit unterschiedlicher Neigung verlaufenden Betondruckdiagonalen.

Die Querschnittsgrößen des idealisierten Fachwerks einschließlich der Neigungswinkel der Druckstreben werden nicht aufgrund von Annahmen festgelegt, sondern in Abhängigkeit der Fachwerkelementdehnungen unter Einhaltung der Verträglichkeitsbedingungen ermittelt. Mit diesem Modell ist es möglich, sowohl den Bruch durch Versagen der Bewehrung als auch durch Zerstörung der Druckstreben bzw. der Biegedruckzone vorauszusagen.

Da bei diesem Modell die Traglastermittlung jedoch durch eine aufwendige und nur mit elektronischen Hilfsmitteln zu bewältigende Iteration möglich ist, wird nachfolgend zur Beurteilung des Tragverhaltens der Konstruktionsleichtbetonbalken das einfachere Bemessungsmodell von Kordina/Teutsch zugrunde gelegt.

Sowohl zur Ermittlung der Torsionsbewehrung als auch zur Bestimmung der Hauptdruckspannungen wird ein dünnwandiger Hohlkasten mit der wirksamen Dicke  $t$  zugrunde gelegt. Die Mittellinie der Wand dieses gedachten Hohlkastens hat den Umfang  $U_K$  und begrenzt den wirksamen Querschnitt  $A_K$ .

Die wirksamen geometrischen Größen sind demnach im Gegensatz zu den Annahmen der CEB/FIP-Mustervorschrift unabhängig von der Lage der Längsstäbe und ergeben sich bei bekannter Wanddicke  $t$  zu:

$$A_K = A - \frac{U \cdot t}{2} + t^2 \quad (7.58)$$

$$U_K = U - n \cdot t$$

$n$  = Anzahl der Querschnittsseiten

Ähnlich wie bei den vorab geschilderten Bemessungsverfahren wird auch hier zwischen 3 Brucharten unterschieden.

Zu Bruchart 1 (Versagen des Betons im Steg und in der Biegedruckzone)

Die Druckstreben erhalten Beanspruchung durch Torsions- und Querkraftschubspannungen. Nach der Fachwerkanalogie betragen die Druckstrebenspannungen aus Torsion

$$\sigma_{D,T} = \frac{T}{A_K \cdot t \cdot \sin 2\alpha} \quad (7.59)$$

und aus Querkraft

$$\sigma_{D,Q} = \frac{2 \cdot Q}{b_o \cdot z \cdot \sin 2\alpha} \quad (7.60)$$

Zur Verhinderung eines Druckstrebenbruchs sollte die Spannung aus Querkraft und Torsion einen zulässigen Grenzwert  $\beta_D$  nicht überschreiten

$$\sigma_{D,u} = \sigma_{D,T} + \sigma_{D,Q} \leq \beta_D = \kappa \cdot \beta_p \quad (7.61)$$

Untersuchungen von Collins /26/ an Normalbetonbauteilen zeigen, daß der Ausnutzungsgrad  $\kappa$  im wesentlichen eine Funktion der Schubverzerrung  $\gamma$  ist. Die Auswertung von Versuchsergebnissen an Normalbetonbalken unter Torsions- bzw kombinierter Torsionsbeanspruchung und eine anschließende Parameterstudie mit dem Fachwerkmodell von Teutsch /14/ ergeben, daß  $\kappa$  nicht linear von der Betonfestigkeit abhängt und sich je nach Beanspruchungsart zwischen 0,4 und 0,7 bewegt.

Vereinfachend wird in dem Bemessungsmodell der Ausnutzungsgrad  $\kappa$  abhängig vom Verhältnis der Beanspruchungsarten mit

$$\kappa = 0,4 + 0,27 \cdot \eta \leq 0,67 \quad (7.62)$$

zugrundegelegt. Hierbei ist  $\eta$  das Verhältnis des Schubflusses aus der Querkraft zu demjenigen infolge der Torsion

$$\eta = \frac{2 \cdot Q_u \cdot A}{z \cdot T_u} \quad (7.63)$$

(A = vorhandener Betonquerschnitt)

Der nachfolgende Vergleich mit den Konstruktionsleichtbetonbalken soll zeigen, ob für diese Bauteile der Ausnutzungsgrad vermindert werden sollte.

Die theoretischen als auch die experimentellen Untersuchungen zeigen, daß die Gefahr des Druckstrebenbruchs ausschließlich bei hohen Bewehrungsgraden besteht. Hier nähert sich die Neigung der Druckstreben der 45°-Richtung an, während die wirksame Wanddicke ihren Größtwert  $t^*$  erreicht (zugehörige wirksame Querschnittsfläche  $A^*$ ).



Der Einbau dieser Annahmen in die Gleichungen (7.59 - 7.63) ergibt bei bekanntem Beanspruchungsverhältnis  $\eta$  das Torsions-Bruchmoment

$$T_{uII} = \frac{A_K^* \cdot t^* \cdot \kappa \cdot \beta_p}{1 + \frac{A_K^* \cdot t^* \cdot \eta}{A \cdot b_o}} \quad (7.64)$$

Mit den geometrischen Abmessungen der Versuchsbalken läßt sich der Größtwert der wirksamen Wanddicke  $t$  durch einen einfachen empirischen Ansatz angeben

$$t^* = \frac{4 \cdot A}{3 \cdot U} \leq \text{vorh } t \quad (7.65)$$

wobei  $\text{vorh } t$  die bei Hohlkasten vorhandene kleinste Wanddicke bedeutet.

Zur Vermeidung eines Druckbruchs der zusätzlich durch Torsionsschubspannungen beanspruchten Biegedruckzone sollte die Hauptdruckspannung  $\sigma_{II}$  aus Biegung und Torsion den Grenzwert  $\beta_R$  (Rechenfestigkeit) nicht überschreiten.

$$\sigma_{II,u} = \frac{1}{2} (\sigma_{M,u} + \sqrt{\sigma_{M,u}^2 + 4 \cdot \tau_{T,u}^2}) \leq \beta_R \quad (7.66)$$

mit 
$$\sigma_{M,u} = \frac{M_u}{z \cdot A_D} \quad (7.67)$$

und 
$$\tau_{T,u} = \frac{T_u}{2 \cdot A_K^* \cdot t^*} \quad (7.68)$$

Mit dem Verhältnis der Beanspruchungen  $\lambda = M_u/T_u$  ergibt sich aus den o. g. Gleichungen das von der Biegedruckzone aufnehmbare Biegebruchmoment

$$T_{u12} = \frac{\beta_R \cdot A_D \cdot z \cdot \lambda}{\sqrt{1 + \frac{\lambda \cdot z \cdot A_D}{A_K^* \cdot t^*}}} \quad (7.69)$$

### Zu Bruchart 2

Die Bügelquerschnitte dürfen getrennt für Torsion und Querkraft ermittelt und anschließend addiert werden.

In Kenntnis der vorhandenen Bügelbewehrung sowie des Beanspruchungsverhältnisses  $Q/T$  läßt sich folgende Torsionstragfähigkeit ermitteln

$$T_{u2} = \frac{A_B \cdot \beta_{sB} \cdot \cot \alpha \cdot A_K \cdot 2}{e_B \left( 1 + \frac{Q_u}{T_u} \cdot \frac{A_K}{0,9 \cdot h} \right)} \quad (7.70)$$

### Zu Bruchart 3

Die Längsbewehrung ist ebenfalls getrennt für Biegung und für die Schubbeanspruchung aus Querkraft und Torsion zu ermitteln.

Infolge der in der Biegezugzone eingelegten Längsbewehrung aus Betonstahl  $A_{L1}$  und Spannstahl  $A_{V1}$  mit  $z_{1vorh}$  nach Gleichung (7.28) ergibt sich folgende Torsionstragfähigkeit

$$T_{u31} = \frac{z_{1vorh}}{\frac{M_u}{T_u \cdot z} + \frac{U_K}{4 \cdot A_K \cdot \tan \alpha} + \frac{Q_u \cdot 0,9}{T_u \cdot 2 \cdot \tan \alpha}} \quad (7.71)$$

Entsprechend gilt für die Biegedruckzone:

$$T_{u32} = \frac{z_{2vorh}}{\frac{-M_u}{T_u \cdot z} + \frac{U_K}{4 \cdot A_K \cdot \tan \alpha} + \frac{Q_u \cdot 0,9}{T_u \cdot 2 \cdot \tan \alpha}} \quad (7.72)$$

Der kleinere der beiden Werte ist maßgebend. An den Extre-  
malstellen der Biegemomente wird der Term mit  $Q_u = \text{Null}$ .

Nachfolgend noch einige Erläuterungen zur Bestimmung der in  
den angegebenen Gleichungen vorkommenden wirksamen Quer-  
schnittsgrößen. Zur einfacheren Ermittlung dieser Parameter  
werden mechanische Bewehrungsgrade eingeführt. Der Tor-  
sionsbügelbewehrungsgrad ergibt sich aus dem Torsionsbügel-  
querschnitt  $A_{BT}$  und dem Bügelabstand  $e_B$  zu:

$$\mu_{B,T} = \frac{A_{B,T} \cdot U \cdot \beta_{sB}}{A \cdot e_B \cdot \beta_p} \quad (7.73)$$

Der Bewehrungsgrad der Torsionslängsbewehrung wird zu

$$\mu_{L,T} = \frac{Z_T}{A \cdot \beta_p} \quad (7.74)$$

bestimmt.

Für den wirksamen Torsionsbewehrungsgrad  $\mu_T$  ist der kleinere  
der folgenden Werte in Rechnung zu stellen.

$$\begin{aligned} \mu_T &= \mu_{B,T} \\ \mu_T &= \mu_{L,T} \cdot \frac{U}{U_K} \end{aligned} \quad (7.75)$$

Die Größe der wirksamen Wanddicke hängt näherungsweise li-  
near vom Bewehrungsgrad ab und kann nach den vorliegenden  
Untersuchungen mit

$$t = \frac{2 \cdot A \cdot \mu_T}{U \cdot \kappa} \left( 1 + \frac{A_K^* \cdot t^* \cdot \eta}{A \cdot b_o} \right) \leq \text{vor } t \quad (7.76)$$

ermittelt werden.

Bei bekannter wirksamer Wanddicke  $t$  ergeben sich die übrigen  
effektiven Querschnittsgrößen  $A_K$  und  $U_K$  mit Hilfe der  
Gleichung (7.58).

Wie schon angedeutet, ergeben die bisherigen Untersuchungen, daß sich der Neigungswinkel der Druckstreben nur bei niedrigen Bewehrungsgraden frei einstellen kann, während er sich bei stark bewehrten Balken der 45° Richtung annähert. Deshalb sollten bei der Wahl des Druckstrebenneigungswinkels  $\alpha$  folgende vom Torsionsbewehrungsgrad  $\mu_T$  abhängige Grenzen beachtet werden

$$\mu_T \geq \mu_T^* \rightarrow \cot \alpha = 1$$

$$\mu_T < \mu_T^* \rightarrow 0,2 + 0,8 \cdot \frac{\mu_T}{\mu_T^*} < \cot \alpha < 5 - \frac{4 \cdot \mu_T}{\mu_T^*} \quad (7.77)$$

Hierbei ist  $\mu_T$  der vorhandene Torsionsbewehrungsgrad nach Gleichung (7.75) und  $\mu_T^*$  der Grenzbewehrungsgrad der sich bei kombinierter Beanspruchung zu

$$\mu_T^* = \frac{t^* \cdot \kappa \cdot U}{2 \cdot A \left( 1 + \frac{A^* \cdot t^* \cdot \eta}{A \cdot b_0} \right)} \quad (7.78)$$

ergibt.

Bei kombinierter Beanspruchung ermitteln sich die Torsionsbewehrungsquerschnitte aus der Gesamtbewehrung zu:

$$A_{B,T} = \frac{A_B}{1 + \frac{1,11 \cdot Q_u \cdot A_K}{T_u \cdot h}} \quad (7.79)$$

und

$$Z_T = \frac{Z_{1\text{vorh}}}{1 + \frac{M_u \cdot 4 \cdot A_K \cdot \tan \alpha}{z \cdot T_u \cdot U_K}} \quad (7.80)$$

$$Z_T = \frac{Z_{2\text{vorh}}}{1 - \frac{M_u \cdot 4 \cdot A_K \cdot \tan \alpha}{z \cdot T_u \cdot U_K}}$$

Der kleinere der beiden  $Z_T$ -Werte nach Gleichung (7.80) ist maßgebend.

Versuchsbalken		experimentelle Werte			rechnerische Werte			maßgeb. Bruchart	$\frac{T_{uexp}}{T_{uth}}$
		$M_u$ [kNm]	$Q_u$ [kN]	$T_u$ [kNm]	$T_{u1}$ [kNm]	$T_{u2}$ [kNm]	$T_{u3}$ [kNm]		
LBTMQ1	Ber. I	-	-	34,29	75,99	47,08	47,08	2/3	0,73
	Ber. II	90,00	90,00	30,00	63,33	27,04	27,04	2/3	1,11
LBTMQ2	Ber. I	-	-	22,0	71,02	31,18	31,18	2/3	0,71
	Ber. II	400,00	228,60	34,00	51,17	37,12	37,12	2/3	0,91
LBTMQ3	Ber. I	-	-	140,00	175,78	285,83	298,28	1	0,80
	Ber. II	-	-	140,00	175,78	360,89	297,50	1	0,80
LBTMQ4	Ber. I	-	-	110,00	200,32	145,77	145,77	2/3	0,75
	Ber. II	280,00	130,0	70,00	109,68	54,84	54,84	2/3	1,28
LBTMQ5	Ber. I	820,00	410,00	223,90	357,00	199,50	199,50	2/3	1,12
	Ber. II	820,00	-	223,90	588,00	213,50	213,50	2/3	1,05
LBTMQ6	Ber. I	88,00	45,50	220,00	340,80	264,00	264,00	2/3	0,83
	Ber. II	525,00	525,00	105,00	107,52	80,77	80,77	2/3	1,17
LBTMQ7	Ber. I	412,50	412,50	82,50	89,34	86,68	86,68	2/3	0,95
	Ber. II	-	-	90,75	122,65	121,51	223,65	2	0,75
Mukherji/	G2	-	-	2,48	8,86	2,48	2,48	2/3	1,00
Wilhelm/	G3	-	-	5,83	7,88	7,88	8,22	1/2	0,74
Kemp	G4	-	-	8,93	23,01	8,45	8,45	2/3	1,06
	G5	-	-	18,54	20,65	20,65	24,65	1/2	0,90
Souza/ Wilhelm	G2	-	-	2,26	6,80	2,48	2,48	2/3	0,91
	G3	-	-	4,97	7,39	7,62	8,15	1	0,67
	G4	-	-	8,34	17,60	8,43	8,43	2/3	0,99
	G5	-	-	12,85	19,33	19,33	24,64	1/2	0,66

**Tabelle 7.7:** Gegenüberstellung der experimentellen Bruchschnittgrößen mit den rechnerischen Torsionsmomenten nach dem Bemessungsmodell von Kordina/Teutsch für Normalbetonbauteile

In Tabelle 7.7 sind die mit dem Bemessungsverfahren von Kordina/Teutsch ermittelten Torsionsversagensmomente dargestellt und mit den im Versuch erzielten Bruchmomenten verglichen. Das Mittel des Verhältnisses der beobachteten Torsions-Bruchmomente zu den rechnerischen Versagensmomenten liegt in der Größenordnung von 0,90 und ist etwa vergleichbar mit demjenigen von Collins/Mitchell. Tabelle 7.7 zeigt, daß das Modell vor allem die Tragfähigkeit stark bewehrter Versuchskörper mit Voll- oder Hohlquerschnitt überschätzt (Größenordnung 20%).

Eine vorgenommene Überprüfung des Bemessungsmodells an Normalbetonbalken unter kombinierter Beanspruchung zeigt dagegen eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Versuchs- und rechnerischen Ergebnissen. Der Vergleich der Torsions-Bruchmomente von stark bewehrten Torsions- bzw. Schubbeanspruchten Normalbeton- mit entsprechenden Leichtbetonbalken (siehe z. B. LBTMQ3 und TO von Lampert/Thürlimann) zeigt jedoch eine etwa 20 % geringere Tragfähigkeit der Stahlleichtbetonbalken auf.

Die an der Universität von West Virginia durchgeführten Untersuchungen /6/ und /7/ ergeben, daß bei Ersatz des Natursandzuschlages im Leichtbeton durch Leichtbetonsand eine weitere Traglastminderung festzustellen ist.

Entsprechend wird auch in der CEB/FIP-Mustervorschrift bei der Schubbemessung die Tragkraft der Leichtbetondruckstreben nur zu 2/3 der entsprechenden Normalbetondruckstrebenfähigkeit angesetzt.

Wie schon angedeutet, zeigen Untersuchungen von Collins /26/ an gerissenen Stahlbetonscheiben, daß die Druckfestigkeit in Richtung parallel zu den Rissen im wesentlichen eine Funktion der Schubverzerrung  $\gamma$  und damit auch der durch die Bewehrung in den Beton eingeleiteten Zugdehnungen ist.

Aus den Versuchsergebnissen wird deutlich, daß diese Zugspannungen bei Stahlleichtbetonelementen eine stärkere Verminderung der Druckstrebenfestigkeit bewirken als bei Normalbeton.

Aufgrund der experimentellen Untersuchungen erscheint es notwendig, das Bruchmodell von Kordina/Teutsch zu modifizieren, um es für Stahlleicht- bzw. Spannleichtbetonbalken anwendbar zu machen.

Im wesentlichen beschränkt sich dies darauf, zusätzlich in Gleichung (7.62) den Ausnutzungsgrad  $\kappa$  als Funktion der Zuschlagsart zu ermitteln:

$$\kappa = \delta \cdot \kappa_0 \quad (7.81)$$

Mit  $\delta = 1$  für Normalbeton

$\delta = 0,85$  für Leichtbeton mit Natursand

$\delta = 0,67$  für Leichtbeton mit Leichtbetonsand

und

$$\kappa_0 = 0,4 + 0,27 \cdot \eta \leq 0,67 \quad (7.82)$$

Ansonsten gelten für die Ermittlung der Tragfähigkeit die vorab erläuterten Regeln. Die Verminderung des Ausnutzungsgrades  $\kappa$  der Druckstreben von Stahlleichtbetonbalken hat zur Folge, daß der Grenzbewehrungsgrad  $\mu_T^*$  (siehe Gleichung 7.78) und der Schwankungsbereich des Neigungswinkels der Druckstreben verkleinert wird (siehe Gleichung 7.77). Diese Tendenz wird durch die Versuchsergebnisse bestätigt.

In Tabelle 7.8 sind die mit dem Bemessungsverfahren von Kordina/Teutsch für Leichtbetonbalken ermittelten Torsionsversagensmomente dargestellt und mit den im Versuch ermittelten Bruchmomenten verglichen. Es zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung der rechnerischen mit den experimentellen Versagensmomenten. Das Mittel des Verhältnisses der beobachteten Bruchtorsionsmomente zu den rechnerischen Versagensmomenten beträgt 1,00.

Versuchsbalken		experimentelle Werte			rechnerische Werte			maßgeb. Bruchart	$\frac{T_{uexp}}{T_{uth}}$
		$M_u$ [kNm]	$Q_u$ [kN]	$T_u$ [kNm]	$T_{u1}$ [kNm]	$T_{u2}$ [kNm]	$T_{u3}$ [kNm]		
LBTMQ1	Ber. I	-	-	34,29	60,79	44,67	44,67	2/3	0,77
	Ber. II	90,00	90,00	30,00	50,74	26,85	26,85	2/3	1,11
LBTMQ2	Ber. I	-	-	22,0	56,81	31,18	31,18	2/3	0,71
	Ber. II	400,00	228,60	34,00	40,94	36,26	36,26	2/3	0,94
LBTMQ3	Ber. I	-	-	140,00	140,39	285,83	285,83	1	1,00
	Ber. II	-	-	140,00	140,39	360,89	297,50	1	1,00
LBTMQ4	Ber. I	-	-	110,00	234,27	141,30	141,30	2/3	0,78
	Ber. II	280,00	130,0	70,00	87,82	54,84	54,84	2/3	1,28
LBTMQ5	Ber. I	820,00	410,00	223,90	284,67	192,33	198,33	2/3	1,13
	Ber. II	820,00	-	223,90	471,33	213,50	213,50	2/3	1,05
LBTMQ6	Ber. I	88,00	45,50	220,00	274,40	258,40	261,60	2	0,85
	Ber. II	525,00	525,00	105,00	116,22	88,97	88,97	2/3	1,18
LBTMQ7	Ber. I	412,50	412,50	82,50	71,47	70,71	95,05	1/2	1,17
	Ber. II	-	-	90,75	97,96	97,01	228,20	1/2	0,93
Mukherji/	G2	-	-	2,48	7,08	2,48	2,48	2/3	1,00
Wilhelm/	G3	-	-	5,83	6,29	7,49	8,01	1	0,93
Kemp	G4	-	-	8,93	18,40	8,45	8,45	2/3	1,06
	G5	-	-	18,54	15,59	16,70	22,54	1	1,12
Scuza/ Wilhelm	G2	-	-	2,26	4,55	2,48	2,48	2/3	0,91
	G3	-	-	4,97	4,95	7,61	8,15	1	1,00
	G4	-	-	8,34	11,78	8,43	8,43	2/3	0,99
	G5	-	-	12,85	13,00	16,14	22,16	1	0,99

**Tabelle 7.8:** Gegenüberstellung der experimentellen Bruchschnittgrößen mit den rechnerischen Torsionsmomenten nach dem Bemessungsmodell Kordina/Teutsch für Leichtbetonbalken



### 7.2.8 Zusammenfassung

Aus dem Vergleich der Versuchsergebnisse mit den wichtigsten Traglastmodellen bzw. Bemessungsvorschriften lassen sich folgende Schlüsse ziehen:

Das Tragverhalten von Stahlleicht- bzw. Spannleichtbetonträgern unter kombinierter Belastung aus Biegung, Querkraft und Torsion wird im wesentlichen durch Art und Menge der Bügel- und Längsbewehrung, durch die Querschnittsform sowie durch das Verhältnis der Beanspruchungsarten beeinflusst. Die Traglast von Bauteilen, bei denen die Bügel- und Längsbewehrung annähernd gleich beansprucht und bei denen das Versagen durch ein Fließen dieser Bewehrung eingeleitet wird, kann mit den meisten Bemessungsmodellen befriedigend genau vorausgesagt werden.

Diese Übereinstimmung fehlt jedoch bei Tragwerken, bei denen das Versagen durch Fließen nur einer Bewehrungsart oder durch Bruch der Druckstreben vor Erreichung der Fließgrenze der Bewehrung bewirkt wird. Hier zeigen die starken Einschränkungen der Normen für Konstruktionsleichtbetonbauteile eine starke Unterschätzung der Traglast.

Eine gute Übereinstimmung mit den Versuchswerten zeigen die von Collins/Mitchell bzw. von Kordina/Teutsch für Stahlbeton- und Spannbetonbalken entwickelten Bemessungsmodelle bei denen die Abschätzung der effektiven geometrischen Größen in wirklichkeitsnäherer Weise erfolgt.

Die vorliegenden Versuche zeigen jedoch auch, daß die Tragfähigkeit von stark bewehrten Konstruktionsleichtbetonbalken, bei denen der Bruch durch ein Versagen der Betondruckstreben hervorgerufen wird, kleiner ist als diejenige entsprechender Normalbetonbalken gleicher Betondruckfestigkeit.

Aufgrund dieser Ergebnisse wurde das Bemessungsmodell von Kordina/Teutsch dahingegen modifiziert, daß sich für Stahlleichtbetonbalken eine geringere Tragfähigkeit der Druckstreben ergibt. Zur Erzielung eines gleichen Sicherheitsniveaus sollten deshalb in DIN 4219 bzw. DIN 4227 Teil 4, die entsprechenden Schubspannungsgrenzwerte für Stahlleicht- bzw. Spannleichtbetonbalken vermindert werden, um einen unangekündigten Druckstrebenbruch zu verhindern.

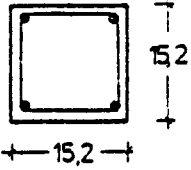
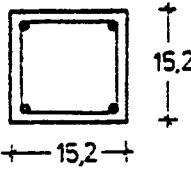
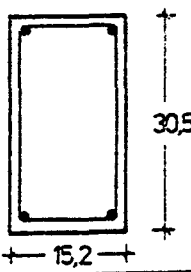
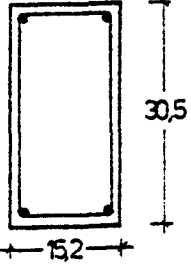
Versuchskörper	Balken - bezeichnung	Längs- stahl	Bügel	Betongüte $\beta_p$ MPa	Bruchlast $T_u$ kNm
	G 2 /6/	oben 2 $\phi$ 6,35 unten 2 $\phi$ 6,35	$\phi$ 6,35 $e_B = 13,5$ cm	42,3	2,48
	G 2 /7/	oben 2 $\phi$ 6,35 unten 2 $\phi$ 6,35	$\phi$ 6,35 $e_B = 13,5$ cm	32,4	2,26
	G 3 /6/	oben 2 $\phi$ 12,7 unten 2 $\phi$ 12,7	$\phi$ 9,53 $e_B = 7,2$ cm	38,2	5,83
	G 3 /7/	oben 2 $\phi$ 12,7 unten 2 $\phi$ 12,7	$\phi$ 9,53 $e_B = 7,2$ cm	35,2	4,97
	G 4 /6/	oben 2 $\phi$ 9,53 unten 2 $\phi$ 9,53	$\phi$ 6,35 $e_B = 8,9$ cm	42,3	8,93
	G 4 /7/	oben 2 $\phi$ 9,53 unten 2 $\phi$ 9,53	$\phi$ 6,35 $e_B = 8,9$ cm	32,4	8,34
	G 5 /6/	oben 2 $\phi$ 19,05 unten 2 $\phi$ 19,05	$\phi$ 12,7 $e_B = 10,2$ cm	38,2	18,54
	G 5 /7/	oben 2 $\phi$ 19,05 unten 2 $\phi$ 19,05	$\phi$ 12,7 $e_B = 10,2$ cm	35,2	12,85

Bild 7.1: Übersicht über die Stahlleichtbetonversuchskörper von Mukherji et al. /6/ und Souza et al. /7/

### 7.3 Verformungen

#### 7.3.1 Ungerissener Zustand

Zur Beurteilung des Verformungsverhaltens ist es notwendig, auch den ungerissenen Zustand zu betrachten. In diesem Bereich kann man den Baustoff Stahlbeton als homogen und isotrop annehmen. Die während dieser Phase des Versuchs gemessene Torsionsverdrehung  $\vartheta$  sowie die Durchbiegung  $v$  lassen sich dementsprechend nach der Elastizitätstheorie ermitteln:

$$\vartheta = \frac{T}{K_T^I} \quad (7.83)$$

$$K_T^I = G \cdot I_T = T/\vartheta$$

$$v = \iint \frac{M}{K_B^I} \cdot d_x \cdot d_x + \int \frac{Q}{K_S^I} \cdot d_x \quad (7.84)$$

$$v = \iint \phi \cdot d_x \cdot d_x + \int \gamma \cdot d_x$$

$$K_B^I = E_b \cdot I_b = M/\phi \quad (7.85)$$

$$K_S^I = G \cdot A_Q = Q/\gamma$$

Hierin bedeuten:

- $G = \text{Schubmodul} = \frac{E_b}{2(1 + \mu)}$
- $E_b = \text{Elastizitätsmodul des Betons}$
- $\mu = \text{Querdehnungszahl des Betons}$
- $\phi = \text{Biegekrümmung}$
- $\gamma = \text{Die von der Querkraft verursachte Gleitung}$

Versuchsbalken	$K_T$ [MNm <sup>2</sup> ]	$K_B$		$K_S$	
		Ber. I [MNm <sup>2</sup> ]	Ber. II [MNm <sup>2</sup> ]	Ber. I [MN]	Ber. II [MN]
LBTMQ1	7,40	28,92	31,83	546,05	573,97
LBTMQ2	8,01	31,31	46,44	613,83	820,46
LBTMQ3	33,09	74,71	88,74	472,54	413,16
LBTMQ4	34,82	71,92	71,92	413,16	413,16
LBTMQ5	91,79	181,89	181,89	974,56	974,56
LBTMQ6	111,88	228,90	235,62	1128,60	1212,20
LBTMQ7	18,66	118,85	126,53	13200,00	1399,75

Tabelle 7.9: Steifigkeiten der Versuchsbalken im ungerissenen Zustand

Unter der Annahme einer Querdehnungszahl  $\mu = 0,2$  und der E-Moduli der Versuchsbalken nach Tabelle 7.1 wurden in Tabelle 7.9 die jeweils über die Gesamtlänge ( $K_T$ ) bzw. bereichsweise gültigen Steifigkeitsgrößen ( $K_S$  und  $K_B$ ) der Balkenquerschnitte nach den Gleichungen (7.83) und (7.85) ermittelt. Dabei wurde die eingelegte Bewehrung nur bei der Ermittlung der Biege- und Schubsteifigkeit berücksichtigt (ideelle Querschnittswerte), da, wie in Abschnitt 7.1 erläutert, die Bewehrung auf die Größe der Torsionssteifigkeit wenig Einfluß ausübt.

Tabelle 7.9 sowie die Bilder 2.1 und 2.2 zeigen, daß bedingt durch den niedrigen E-Modul des Leichtbetons die Steifigkeiten der Konstruktionsleichtbetonbalken nur etwa halb so groß sind wie diejenigen vergleichbarer Versuchskörper aus Normalbeton.

### 7.3.2 Gerissener Zustand

Mit der Bildung von Rissen wird der Spannungszustand der Versuchsbalken völlig verändert, indem nunmehr die Bewehrung zur Tragwirkung entscheidend beiträgt. Das neue innere Kräftesystem besteht aus den Zugkräften der Bewehrung und den Druckkräften der zwischen den Rissen verlaufenden Druckstreben; die Mitwirkung des zugbeanspruchten Betons zwischen den Biegerissen bleibt hier außer Ansatz.

Der ursprünglich mit guter Näherung als ein zweidimensionales Spannungsproblem idealisierte Torsionsbeanspruchungszustand geht in ein dreidimensionales Problem über, das mit der Vorstellung eines "wirksamen Fachwerkhohlkastens" verknüpft ist. Die Rißbildung ist mit einer starken Zunahme der Verformungen verbunden.

Im Gegensatz zum Zustand I sind Verdrehungen  $\vartheta$ , Krümmung  $\phi$  und Schubverformung  $\gamma$  nicht mehr unabhängig voneinander; sie werden wechselseitig von  $T$ ,  $M$  und  $Q$  beeinflusst. So kann z. B. im Bereich geringer Biegebeanspruchung und ungleicher Verteilung der Längsbewehrung durch die Torsionsbeanspruchung eine Krümmung entgegen der Biegerichtung entstehen.

Definiert man nun die Querschnittssteifigkeiten im gerissenen Zustand als beanspruchungsabhängige Größen in der Form

$$\begin{aligned} K_T^{II} &= T/\vartheta \\ K_B^{II} &= M/\phi \\ K_S^{II} &= Q/\gamma \end{aligned} \quad (7.86)$$

so ergibt sich aus der vorgenannten Überlegung, daß diese Steifigkeiten von den Beanspruchungsverhältnissen  $M/T$ ,  $M/Q$  bzw.  $T/Q$  abhängige Größen sind.

Rechnerisch kann man die Verformungen eines Stahlbeton- bzw. Spannbetonbalkens aus Normal- oder Leichtbeton im gerissenen Zustand infolge kombinierter Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion mit Hilfe des erweiterten Fachwerkmodells bestimmen.

In Kenntnis der Dehnungen der einzelnen Fachwerkelemente ergeben sich die Verformungsgrößen eines Balkens mit rechteckigem Querschnitt zu:

$$\vartheta = \frac{1}{2 A_K} (d_K \cdot \gamma + b_K \cdot \gamma_2 + d_K \cdot \gamma_3 + b_K \cdot \gamma_4)$$

$$\phi = \frac{\frac{\epsilon_{L2} + \epsilon_{L3}}{2} - \frac{\epsilon_{L1} + \epsilon_{L4}}{2}}{d_K} \quad (7.87)$$

$$\gamma = \gamma_1 - \gamma_3$$

$\gamma_i$  sind dabei die Schubgleitwinkel der einzelnen Fachwerkseiten. Eine Ableitung der Gleichung (7.87) sowie die Ansätze zur Bestimmung der Schubgleitwinkel können der Dissertation von Teutsch /14/ entnommen werden.

Mit Hilfe der nach Gleichung (7.87) ermittelten Verformung ist es anhand der Gleichungen (7.86) möglich, die Querschnittssteifigkeit im Zustand II für jede Beanspruchungsstufe anzugeben.

In der einschlägigen Literatur ist dieser Weg jedoch im allgemeinen nicht beschritten worden. Vielmehr wurden als charakteristische Steifigkeiten für den gerissenen Zustand die bei Fließbeginn der Bewehrung berechneten Werte gewählt. Zu erwähnen sind in dieser Beziehung vor allem die Arbeiten von Lampert /27/, Lühinger/Thürlimann /28/, Karlsson /29/ sowie Ojha /30/.

Trotz einiger Vereinfachungen, wie z. B. die Vernachlässigung der Verformung der Druckdiagonalen sowie des Einflusses der Biege- und Querkraftbeanspruchung auf die Torsionssteifigkeit sind diese Ansätze sehr umfangreich und deshalb nachstehend nicht aufgeführt. Sie können jedoch dem Anhang B des Heftes 334 /15/ der Schriftenreihe des DAfStb entnommen werden.

Der Vergleich dieser theoretischen Steifigkeitswerte mit den Versuchswerten gestaltet sich schwierig, da die tatsächlichen Steifigkeiten bedingt durch ein Mitwirken des Betons auf Zug im Zustand II nicht konstant sind (siehe auch Bild 6.4 ). Dies bedeutet, daß die theoretischen Steifigkeitsangaben, welche den gesamten Zustand II abdecken sollen, in Wirklichkeit nur einem Punkt der Beanspruchungs-Verformungskurve entsprechen.

Deshalb erscheint es angebracht, das Verformungsverhalten im gerissenen Zustand durch Beanspruchungs-Verformungsbeziehungen bzw. durch Angabe von oberen und unteren Grenzwerten zu beschreiben. Das letztgenannte Verfahren wird sowohl bei der CEB/FIP-Mustervorschrift /2/ als auch im Heft 240 des DAfStb /31/ bezüglich der Torsionssteifigkeit empfohlen. Es ist allerdings zu beachten, daß sich diese Grenzwerte nur auf den Gebrauchszustand beschränken.

Teutsch erfaßt in /14/ die Beanspruchungs-Verformungsbeziehung durch eine trilineare Näherung. Dabei wird Zustand I, der gerissene Zustand bis zum Fließbeginn der Bewehrung, sowie der Bereich vom Fließbeginn bis zum Versagenszustand näherungsweise durch Geraden abgebildet. Wie Bild 7.2 zeigt, genügt eine solche Näherung zur Beschreibung des Verformungsverhaltens. Die Steifigkeiten an den Knickpunkten der Beanspruchungs-Verformungskurven im gerissenen Zustand ermittelt Teutsch /14/ aus den Fachwerkelementdehnungen (siehe Gleichung 7.87).

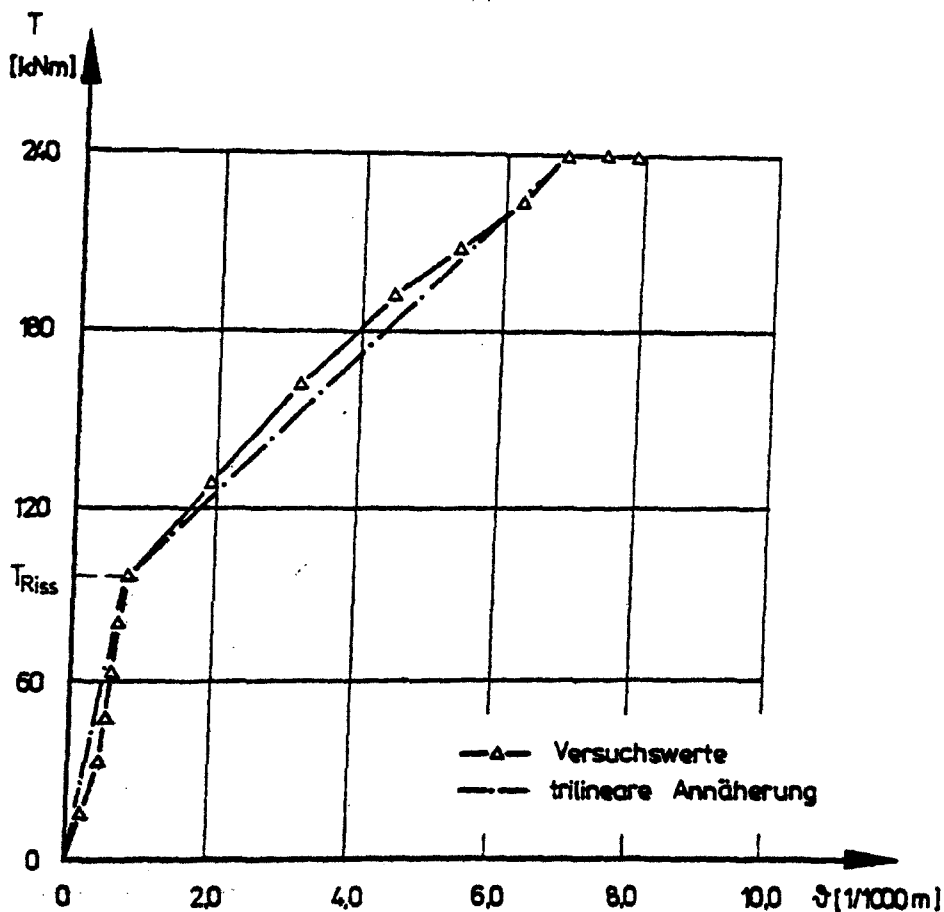
### 7.3.3 Versuchswerte

Während jeder Laststufe wurden die Querschnittsverdrehung  $\varphi$  sowie die Durchbiegung  $v$  jedes Versuchsbalkens in 5 über die Balkenlängsachse verteilt angeordneten Meßquerschnitten ermittelt. Aus der Verdrehung  $\varphi$  ist es möglich, die zwischen den Meßquerschnitten konstant angenommene Torsionsverdrehung  $\vartheta$  und damit auch mit Hilfe von Gleichung (7.86) die Torsionssteifigkeit  $K_T$  zu ermitteln.

$$\vartheta = \frac{\varphi_{i+1} - \varphi_i}{\Delta L_i} \quad (7.88)$$

$\Delta L_i$  ist dabei der jeweilige Abstand der Meßquerschnitte.

Die Torsionssteifigkeiten sind jedoch keine Querschnittsteifigkeiten, sondern Steifigkeiten einzelner Balkenbereiche.



**Bild 7.2:** Torsionsmomenten-Verdrehungsbeziehung des Versuchsbalkens LBTMQ5



Dabei ist zu beachten, daß oft der Verlauf der Biegebeanspruchungen über diesem Balkenbereich nicht konstant ist. Die gemessenen Durchbiegungen  $v$  geben keine genaue Auskunft über den Biegesteifigkeitsabfall bzw. die Veränderung der Schubsteifigkeit im gerissenen Zustand, da beide Steifigkeiten über die Integrationsgleichung (7.84) miteinander verknüpft sind.

Die nachfolgenden Aussagen beziehen sich deswegen überwiegend auf die unmittelbar meßbare Torsionssteifigkeit  $K_T$  (siehe auch entsprechende Angaben im Abschnitt 6). Vorangegangene Untersuchungen /15/ zeigen jedoch, daß die Schubsteifigkeit im gerissenen Zustand wesentlich stärker abfällt als die Biegesteifigkeit und ihr Anteil an der Balkendurchbiegung im gerissenen Zustand nicht mehr zu vernachlässigen ist.

Versuchsbalken	Meßbereich	T [kNm]	$\vartheta$ [1/km]	$\frac{M}{T}$ [-]	$\frac{Q \cdot b}{T}$ [-]	$K_{TR}$ [MNm <sup>2</sup> ]	$\frac{K_{TR}}{K_T} \cdot \frac{I}{K_T}$ [-]
LBTMQ1	I -III	15,0	4,67	0,00	0,00	3,21	0,43
	III-V	15,0	3,89	0,00	0,00	3,86	0,52
	V -VII	15,0	5,32	0,00	0,00	2,82	0,38
	VII-VIII	15,0	4,25	0,00	0,00	3,53	0,48
LBTMQ2	III-V	12,0	2,64	0,00	0,00	4,55	0,57
	V -VII	12,0	2,40	0,00	0,00	5,00	0,62
	VII-VIII	12,0	2,00	0,00	0,00	6,00	0,75
LBTMQ3	I -III	60,0	2,95	0,00	0,00	20,34	0,61
	III-VI	60,0	3,13	0,00	0,00	19,17	0,58
	VI -VII	60,0	2,22	0,00	0,00	27,03	0,82
	VII-VIII	60,0	4,24	0,00	0,00	14,15	0,43
LBTMQ4	I -III	40,0	1,75	0,00	0,00	22,05	0,66
	III-VI	40,0	1,62	0,00	0,00	24,69	0,71
	VI -VII	60,0	3,37	0,00	0,00	17,80	0,51
	VII-VIII	40,0	2,55	0,00	0,00	15,69	0,45
LBTMQ5	I -V	128,0	1,92	2,34	1,40	66,67	0,73
	V -VII	128,0	2,31	4,68	0,00	55,41	0,60
	VII-X	128,0	2,71	4,68	0,00	47,23	0,51
	X -XIV	128,0	1,43	2,34	1,40	89,51	0,98
LBTMQ6	I -III	60,0	1,10	3,87	1,87	54,54	0,49
	III-IV	60,0	1,24	4,85	1,50	48,39	0,43
	IV -VI	60,0	0,74	6,06	0,00	81,08	0,72
	VI -VIII	60,0	2,38	0,06	3,75	25,21	0,22
LBTMQ7	I -III	45,0	2,25	3,17	0,60	20,00	1,07
	III-IV	30,0	1,85	7,50	0,00	16,22	0,87
	IV -VI	30,0	1,88	7,50	0,00	15,96	0,86
	VI -VIII	30,0	1,92	0,00	1,80	15,63	0,84

Tabelle 7.10: Torsionssteifigkeiten der Versuchsbalken bei Torsionsrißbildung.

Die meisten Versuchsbalken der vorliegenden Versuchsreihe wurden zuerst einer Biegebeanspruchung bis zur Rißbildung unterworfen. Bedingt durch die Biegerisse beträgt die Torsionssteifigkeit bei Aufbringung der Torsionsbelastung nur etwa die Hälfte der Anfangssteifigkeit (siehe Tabelle 7.10).

Nach der Torsionsrißbildung erfolgt ein weiterer starker Abfall der Torsionssteifigkeit. Bei Fließbeginn der Bewehrung besitzen die Versuchsbalken nur etwa noch 10 - 20 % ihrer Torsionssteifigkeit im ungerissenen Zustand (siehe Tabelle 7.11).

Zwischen Rißbildung und Fließbeginn der Bewehrung bildet sich ein Übergangsbereich aus, in dem der Beton zwischen den Rissen noch in der Lage ist, Zugspannungen aufzunehmen. Dieses vorab geschilderte Verformungsverhalten zeigt sich deutlich in Bild 7.2.

Versuchsbalken	Meßbereich	T [kNm]	$\frac{M}{T}$ [1/km]	$\frac{M}{T}$ [-]	$\frac{Q}{T} \cdot b$ [-]	$K_{TF}$ [MNm <sup>2</sup> ]	$\frac{K_{TF}}{K_T}$
LBTMQ1	I -III	32,5	28,03	0,00	0,00	1,16	0,16
	III-V	32,5	34,65	0,00	0,00	0,94	0,13
	V -VII	32,5	36,40	0,00	0,00	0,89	0,12
	VII-VIII	32,5	34,86	0,00	0,00	0,93	0,13
LBTMQ2	III-V	20,0	6,88	0,00	0,00	2,91	0,36
	V -VII	20,0	13,40	0,00	0,00	1,49	0,19
	VII-VIII	18,0	16,08	0,00	0,00	1,12	0,14
LBTMQ3	I -III	140,0	18,58	0,00	0,00	7,53	0,23
	III-VI	140,0	16,63	0,00	0,00	8,42	0,25
	VI -VII	140,0	14,04	0,00	0,00	9,97	0,30
	VII-VIII	140,0	20,60	0,00	0,00	6,80	0,21
LBTMQ4	I -III	80,0	10,50	0,00	0,00	7,62	0,22
	III-VI	80,0	12,67	0,00	0,00	6,31	0,18
	VI -VII	80,0	9,21	0,00	0,00	8,69	0,25
	VII-VIII	80,0	14,40	0,00	0,00	5,56	0,16
LBTMQ5	I -V	240,0	6,71	1,56	0,75	35,77	0,39
	V -VII	208,0	6,71	2,88	0,00	31,00	0,34
	VII-X	208,0	7,55	2,88	0,00	27,55	0,30
	X -XIV	240,0	5,58	1,56	0,75	43,01	0,47
LBTMQ6	I -III	100,0	4,46	3,10	1,50	22,42	0,20
	III-IV	100,0	3,20	4,85	0,00	31,24	0,28
	IV -VI	100,0	4,03	4,85	0,00	24,81	0,22
	VI -VIII	100,0	6,97	0,00	3,00	14,35	0,13
LBTMQ7	I -III	82,5	21,98	3,17	0,60	3,75	0,20
	III-IV	82,5	22,80	7,50	0,00	3,62	0,19
	IV -VI	82,5	24,14	7,50	0,00	3,42	0,18
	VI -VIII	82,5	18,42	0,00	1,80	4,48	0,24

**Tabelle 7.11: Torsionssteifigkeiten der Versuchsbalken bei Fließbeginn der Bewehrung.**

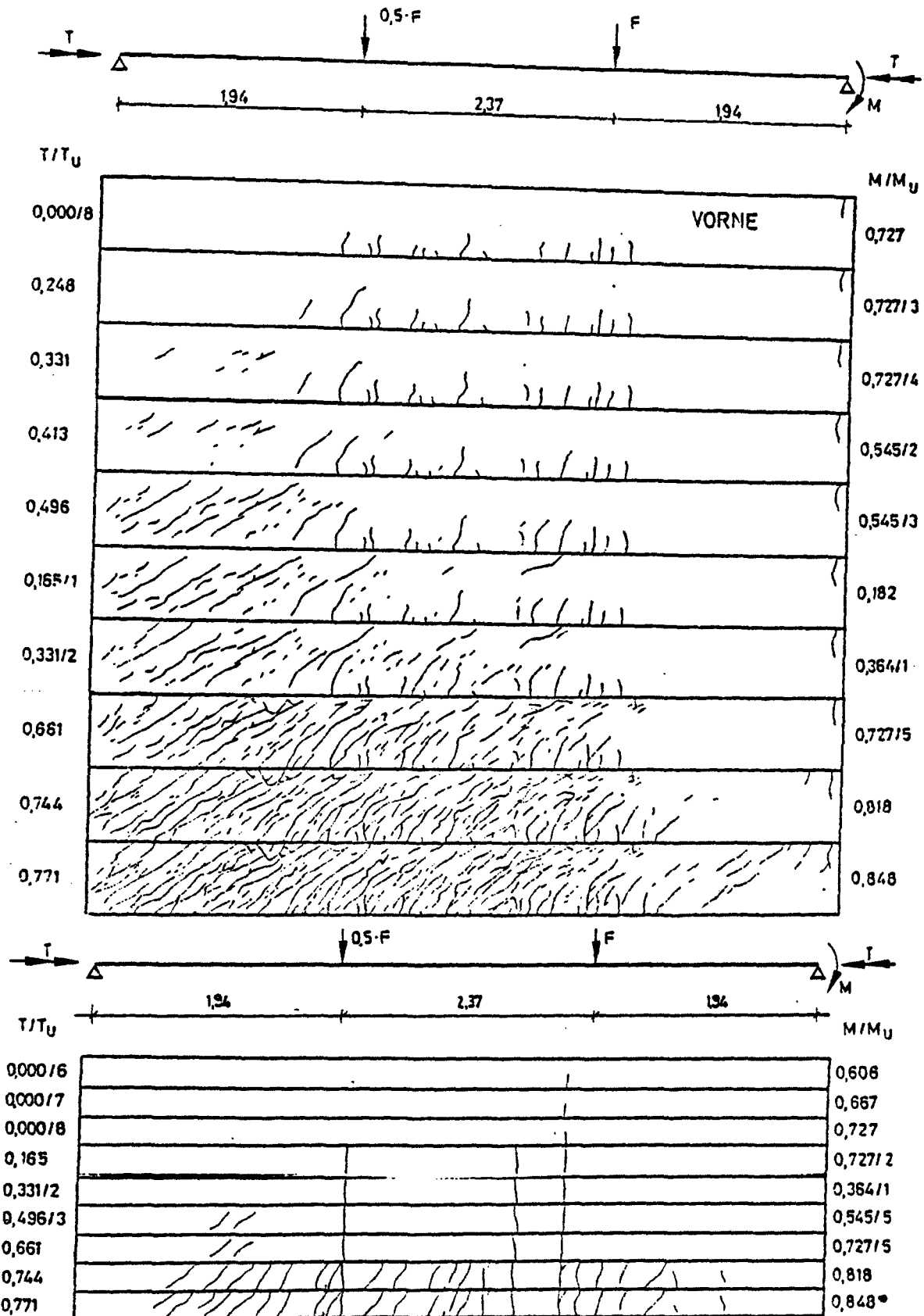
#### 7.4 Rißverhalten

Die Risse der Versuchsbalken wurden wie in 5.1 beschrieben, nach jeder Laststufe oberhalb der Rißlast aufgezeichnet und die Rißbreite mit dem Meßmikroskop entlang vorher festgelegter Meßlinien bestimmt.

Die Ergebnisse zeigen ein stark unterschiedliches Rißverhalten, je nachdem, ob der Balken überwiegend torsions- oder biegebeansprucht war. Ausführliche Messungen waren in der Nähe des Bruchzustandes wegen der Gefährdung des Personals nicht mehr möglich.

Bedingt durch die große Abweichung der Zugtrajektorien von der Lage der Bewehrung (ungefähr  $45^\circ$ ) öffnen sich die Schubrisse wesentlich weiter als die Biegerisse der Versuchskörper.

Im Bild 7.3 und ist die Rißentwicklung des Versuchsbalkens LBTMQ7 an der Vorder- und Unterseite dargestellt. Der Versuchskörper wurde bis zum Auftreten der ersten Risse nur durch Biegung beansprucht. Danach erfolgte eine zusätzliche Torsionsbeanspruchung. Aus Bild 7.3 ist zu ersehen, daß die zuerst entstandenen Biegerisse bei größerer Torsionsbeanspruchung durch sekundäre Torsionsrisse gekreuzt werden.



**Bild 7.3:** Rißentwicklung des Versuchsbalkens LBTMQ7 an der Vorder- und Unterseite.

## 8 Zusammenfassung

Zur Klärung des Trag- und Verformungsverhaltens wurden 4 Stahlleicht- und 3 Spannleichtbetonbalken unter kombinierter Beanspruchung aus Torsion, Biegung und Querkraft geprüft. Die Prüfkörper waren konstruktiv so ausgebildet, daß sie nach dem ersten Versagen einer weiteren Beanspruchung unterworfen werden konnte. Bei den Prüfkörpern wurde die Querschnittsform (Voll- und Hohlquerschnitt), die Beanspruchung (Lastkombination und Verlauf), die Schlauffbewehrung (Menge und Aufteilung) sowie die Vorspannung (Lage und Größe) variiert.

In die Untersuchungen mit einbezogen wurden 8 an der West-Virginia Universität /6/ und /7/ durchgeführten Versuche an Stahlleichtbetonbalken unter reiner Torsionsbeanspruchung.

Aus den Versuchsergebnissen lassen sich folgende Schlüsse ziehen:

### 8.1 Tragverhalten

Das Tragverhalten von Stahlleicht- und Spannleichtbetonbalken wird hauptsächlich durch Menge und Art der Bewehrung, die Betongüte sowie das Verhältnis der Beanspruchungsarten beeinflusst.

In den Versuchen wurden folgende primäre Brucharten beobachtet:

- a) Gleichzeitiges Versagen der Längs- und Bügelbewehrung
- b) Versagen der Längsbewehrung
- c) Versagen der Bügelbewehrung
- d) Versagen der Betondruckstreben bzw. der Betondruckzone, gekennzeichnet durch örtliche Zerstörung der äußeren Betonschicht.

Torsions-, Trenn- und Verankerungsbrüche, die durch zu weitmaschige Bewehrungsanordnung und durch ungenügenden Verbund bzw. mangelhafte Verankerung der Bewehrung im Beton entstehen, traten bei den Versuchen nicht auf.

Die wichtigsten Bemessungsvorschriften zeigen z.T. eine übervorsichtige Behandlung der Stahlleicht- bzw. Spannleichtbetonbalken gegenüber vergleichbaren Normalbetonausführungen:

So wird in der für die Bemessungsvorschriften der europäischen Länder richtungsweisenden CEB/FIP-Mustervorschrift der Neigungswinkel  $\alpha$  der Druckstreben bei der Bemessung der Schub- und Torsionsbemessung auf  $45^\circ$  festgelegt. Demgegenüber darf bei Normalbetonbauteilen die Neigung  $\tan \alpha$  zwischen 0,6 und 1,33 frei gewählt werden. Ebenso wird in dieser Vorschrift bei der Schubbemessung die Tragkraft der Leichtbetondruckstreben nur zu  $2/3$  des entsprechenden Wertes bei Normalbeton angesetzt. Bei der Torsionsbemessung finden sich jedoch diese wichtigen Einschränkungen nicht.

Nach DIN 4219 bzw. DIN 4227 Teil 4 wird der Schubdeckungsgrad im Schubbereich 2 für Stahlleicht- bzw. Spannleichtbetonbauteile höher angesetzt als für Normalbetonbauteile. Sonst finden sich hier keine weiteren Einschränkungen.

Der Vergleich der Versuchsergebnisse mit den einschlägigen Bemessungsvorschriften zeigt Übereinstimmung für die Fälle, bei denen die Gesamtbewehrung annähernd gleich beansprucht ist und das Versagen durch ein Fließen der Bewehrung eingeleitet wird.

Diese Übereinstimmung fehlt jedoch bei Versuchskörpern, bei denen das Versagen durch Fließen nur einer Bewehrungsart oder durch Bruch der Druckstreben vor Erreichung der Fließgrenze bewirkt wird. Es zeigt sich eine starke Unterschätzung der Tragfähigkeit durch die Vorschriften, bedingt durch eine willkürliche Festlegung der Druckstrebenrichtung. Die Versuche zeigen jedoch, daß auch bei Leichtbetonbalken die

Druckstrebenneigung von der 45°-Richtung abweichen kann.

Sowohl bei Normal- als auch bei Leichtbetonversuchskörpern sind die o. a. Vorschriften nur sehr ungenügend in der Lage, die Traglast infolge Druckstrebenbruch wirklichkeitsnahe vorauszusagen. Der Vergleich von Versuchsergebnissen an stark bewehrten Normal- bzw. Leichtbetonbalken mit gleicher Betondruckfestigkeit unter kombinierter Torsionsbeanspruchung ergibt eine verminderte Tragfähigkeit der Leichtbeton-druckstreben. Dieses Ergebnis sollte in den entsprechenden Ansätzen der DIN 4219 bzw. DIN 4227 Teil 4 seinen Niederschlag finden. Ein von den Verfassern entwickeltes Bemessungsmodell für Stahlbeton- und Spannbetonbalken unter kombinierter Torsionsbeanspruchung wurde aufgrund der Versuchsergebnisse so modifiziert, daß es auch für Stahlleicht- bzw. Spannleichtbetonbalken anwendbar ist und gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen zeigt.

## 8.2 Verformungsverhalten

Das Verformungsverhalten vor dem Auftreten der ersten Risse, d. h. im Zustand I kann genau genug mit Hilfe der Elastizitätstheorie beschrieben werden. Hierbei ist zu beachten, daß, bedingt durch den niedrigen E-Modul, die Steifigkeiten von Konstruktionsleichtbetonbalken etwa nur halb so groß sind wie diejenigen vergleichbarer Normalbetonbalken gleicher Betondruckfestigkeit.

Mit der Rißentstehung und dem damit veränderten Tragsystem ändert sich auch das Verformungsverhalten grundsätzlich. Im Gegensatz zum Zustand I sind die Torsionsverdrehungen, Biegekrümmungen und Schubverzerrungen nicht mehr unabhängig voneinander und werden vom Verhältnis der Beanspruchungsarten beeinflußt. Vor allem die Biegekrümmung hängt sehr stark vom Verhältnis der Biege- zur Torsionsbeanspruchung ab. Bei überwiegend torsionsbeanspruchten Traggliedern

fällt nach Erscheinen der ersten Risse die Torsionssteifigkeit wesentlich stärker ab als bei vorwiegend biegebeanspruchten Balken. Beim Fließbeginn der Bewehrung beträgt bei überwiegender Torsion die Steifigkeit nur 12 - 15 % des theoretischen Wertes für Zustand I. Dieser gravierende Abfall vollzieht sich in Verbindung mit einem starken Anwachsen der Anzahl und Breite der Risse. Bei überwiegender Biegung ist die Torsionssteifigkeit in diesem Zustand dagegen größer und beträgt etwa 25 % der Anfangssteifigkeit.

Die Schubsteifigkeit wird, ähnlich wie die Torsionssteifigkeit, von der Höhe der gleichzeitig wirkenden Biegebeanspruchung beeinflusst.



## 9 Literaturverzeichnis

- /1/ DIN 4219 TEIL 2 : LEICHTBETON UND STAHLLEICHTBETON MIT GESCHLOSSENEM GEFUEGE - BEMESSUNG UND AUSFUEHRUNG (AUSGABE DEZEMBER 1979)
  
- /2/ TRAGWERKE AUS BETON MIT LEICHTZUSCHLAEGEN  
CEB-FIP MUSTERVORSCHRIFT FUER TRAGWERKE AUS STAHLBETON UND SPANNBETON, 3.AUSGABE 1978, ABSCHN. 20, S.215-223
  
- /3/ DIN 4227 TEIL 4 : SPANNBETON, BAUTEILE AUS SPANNLEICHTBETON -ENTWURF- JULI 1982
  
- /4/ DIN 4227 TEIL 1 : SPANNBETON, BAUTEILE AUS NORMALBETON MIT BESCHRAENKTER ODER VOLLER VORSPANNUNG , AUSGABE DEZ. 1979
  
- /5/ SCHAMBECK, H.  
BRUECKEN AUS SPANNBETON: WIRKLICHKEITEN, MOEGlichkeiten  
BAUINGENIEUR 51 (1976) H.8  
S.298-298
  
- /6/ MUKHERJI, S.K. ; WILHELM, U.J. ; KEMP, E.L.  
TORSIONAL STRENGTH AND STIFFNESS OF RECTANGULAR PLAIN AND REINFORCED LIGHTWEIGHT AGGREGATE CONCRETE MEMBERS  
REPORT NO 2014, DEPARTMENT OF CIVIL ENGINEERING,  
WEST VIRGINIA UNIVERSITY, MORGANTOWN, 1972

- /7/ SOUZA, J.C.L. ; WILHELM, W.J.  
TORSIONAL STRENGTH AND STIFFNESS OF RECTANGULAR PLAIN AND  
REINFORCED ALL-LIGHT WEIGHT AGGEGATE CONCRETE MEMBERS  
REPORT NR.2021 DEPARTMENT OF CIVIL ENGINEERING  
WEST VIRGINIA UNIVERSITY, MORGANTOWN, 1973
- /8/ HAMADI, Y.D. ; REGAN, P.E.  
BEHAVIOUR OF NORMAL AND LIGHTWEIGHT AGGREGATE BEAMS WITH  
SHEAR CRACKS  
THE STRUCTURAL ENGINEER, VOLUME 583, NR.4, DEZEMBER 80
- /9/ KRAUSS, R. ; BACHMANN, H.  
BIEGE-UND SCHUBVERSUCHE AN TEILWEISE VORGESPANNTEN LEICHT-  
BETONBALKEN  
INSTITUT FUER BAUSTATIK, E.T.H. ZUERICH, OKTOBER 1971  
BERICHT NR. 6504-4
- /10/ KUPFER, H. ; KIRMAIR, H.  
VERGLEICH DES SCHUBTRAGVERHALTENS VON BALKEN AUS LEICHTBETON  
UND NORMALBETON  
FORSCHUNGSBERICHT DES INSTITUTS FUER BAUINGENIEURWESEN III  
DER T.U.MUENCHEN, DEZ.1980
- /11/ KIRMAIR, H.  
SCHUBVERSUCHE AN ZWEI RECHTECKBALKEN AUS STAHLLEICHTBETON  
UND EINEM VERGLEICHSBALKEN AUS NORMALBETON  
AUS UNSEREN FORSCHUNGSARBEITEN IV, LEHRSTUHL FUER MASSIVBAU  
INSTITUT FUER BAUINGENIEURWESEN III-TECHNISCHE UNIVERSITAET  
MUENCHEN, S.134-137

- /12/ LUECHINGER, P. ; THUERLIMANN, B  
VERSUCHE AN STAHLBETONBALKEN UNTER TORSION, BIEGUNG UND  
QUERKRAFT.  
INSTITUT FÜR BAUSTATIK, ETH ZÜRICH  
BERICHT NR. 6506-5, JULI 1973
- /13/ ELFGREN, L.  
REINFORCED CONCRETE BEAMS LOADED IN COMBINED TORSION,  
BENDING AND SHEAR.  
DIVISION OF CONCRETE STRUCTURES,  
CHALMERS UNIVERSITY OF TECHNOLOGY, GÖTEBORG,  
PUBLICATION 71:3, 1972
- /14/ TEUTSCH, M.  
TRAG- UND VERFORMUNGSVERHALTEN VON STAHLBETON- UND SPANN-  
BETONBALKEN UNTER KOMBINIERTER BEANSPRUCHUNG AUS  
BIEGUNG, QUERKRAFT UND TORSION  
DISSERTATION, T.U. BRAUNSCHWEIG, MÄRZ 1979
- /15/ TEUTSCH, M. ; KORDINA, K.  
VERSUCHE AN SPANNBETONBALKEN UNTER KOMBINIERTER BEAN-  
SPRUCHUNG AUS BIEGUNG, QUERKRAFT UND TORSION  
HEFT 334 DES DEUTSCHEN AUSSCHUSSES FÜR STAHLBETON, 1982
- /16/ KORDINA, K. ; OJHA, S.K.  
THEORETISCHE UND EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNG VON  
STAHLBETONRECHTECKBALKEN UNTER KOMBINIERTER BEAN-  
SPRUCHUNG AUS TORSION, BIEGEMOMENT UND QUERKRAFT.  
INSTITUT FÜR BAUSTOFFKUNDE UND STAHLBETONBAU DER  
T.U. BRAUNSCHWEIG, AUGUST 1973.

- /17/ LEONHARDT, F. ; SCHELLING, G.  
TORSIONSVERSUCHE AN STAHLBETONBALKEN.  
DAFSTB., HEFT 239, BERLIN 1974.
- /18/ LAMPERT, P. ; THUERLIMANN, B.  
TORSIONSVERSUCHE AN STAHLBETONBALKEN.  
INSTITUT FEUR BAUSTATIK, ETH-ZUERICH, BERICHT NR.6506-2  
JUNI 1968
- /19/ GRASSER, E. ; KORDINA, K. ; QUAST, U.  
BEMESSUNG VON BETON - UND STAHLBETONBAUTEILEN  
NACH DIN 1045, AUSGABE DEZEMBER 1978  
HEFT 220 DAFSTB, 1979
- /20/ DIN 1045 : BETON - UND STAHLBETON, BEMESSUNG UND AUSFUEHRUNG  
DEZEMBER 1978
- /21/ BERTRAM, D. ; GOFFIN, H. ; KORDINA, K.  
ERLAEUTERUNGEN ZU DIN 4227 SPANNBETON , AUSGABE DEZ. 1979  
HEFT 320 DES DAFSTB , BERLIN 1980
- /22/ LAMPERT, P.  
BRUCHWIDERSTAND VON STAHLBETONBALKEN UNTER TORSION UND  
BIEGUNG  
DISSERTATION NR.4445, ETH ZUERICH

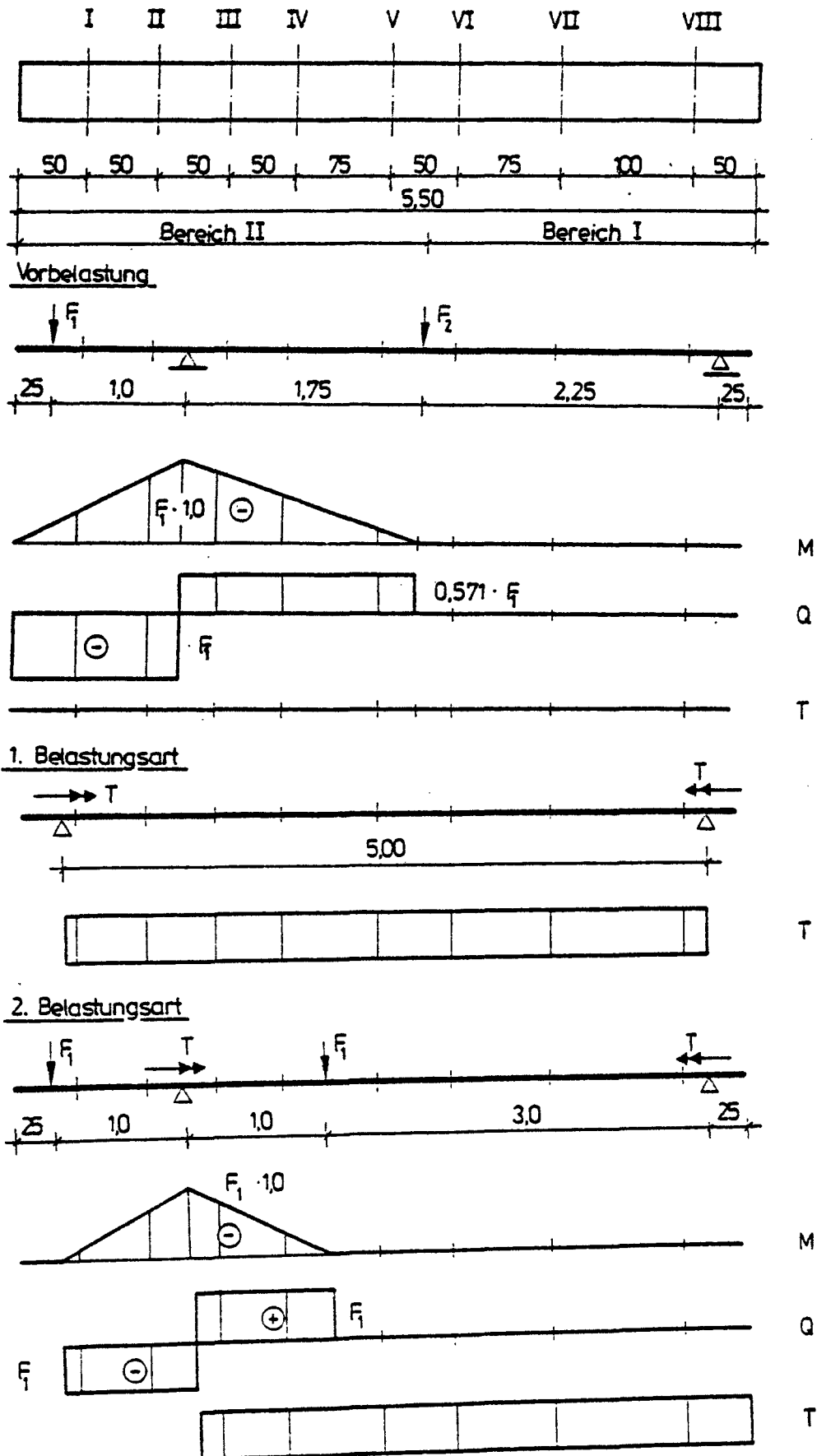
- /23/ LAMPERT, P.; LUECHINGER, P. ; THUERLIMANN, B.  
TORSIONSVERSUCHE AN STAHL- UND SPANNBETONBALKEN  
INSTITUT FÜR BAUSTATIK ETH ZÜRICH, FEBRUAR 1971  
BERICHT NR.6506-4
- /24/ COLLINS, M.P.; MITCHELL, D.  
SHEAR AND TORSION DESIGN OF PRESTRESSED AND NON-PRESTRESSED  
CONCRETE BEAMS  
PCI-JOURNAL, V25. NR5, SEPTEMBER-OKTOBER 1980  
S.32-100
- /25/ KORDINA, K.; TEUTSCH, M.  
BEMESSUNG VON STAHLBETON- UND SPANNBETONBALKEN MIT RECHT-  
ECKQUERSCHNITT UNTER KOMBINIERTER BEANSPRUCHUNG INFOLGE  
BIEGUNG, QUERKRAFT UND TORSION  
BETON UND STAHLBETONBAU JANUAR 1983
- /26/ COLLINS, M.P.  
INVESTIGATING THE STRESS - STRAIN CHARACTERISTICS OF  
DIAGONALLY CRACKED CONCRETE  
IVHB-COLLOQUIUM ON PLASTICITY IN REINFORCED CONCRETE  
KOPENHAGEN, MAI 1979 S. 27-34
- /27/ LAMPERT, P.  
POSTCRACKING STIFFNESS OF REINFORCED CONCRETE BEAMS IN  
TORSION AND BENDING  
UNIVERSITY OF TORONTO, DEPARTMENT OF CIVIL ENGINEERING  
PUBLICATION 71-20
- /28/ THUERLIMANN, B.; LUECHINGER, P.  
STEIFIGKEIT VON GERISSENEN STAHLBETONBALKEN UNTER TORSION  
UND BIEGUNG  
BETON- UND STAHLBETONBAU 6/73; S.146-152

/29/ KARLSSON, I.

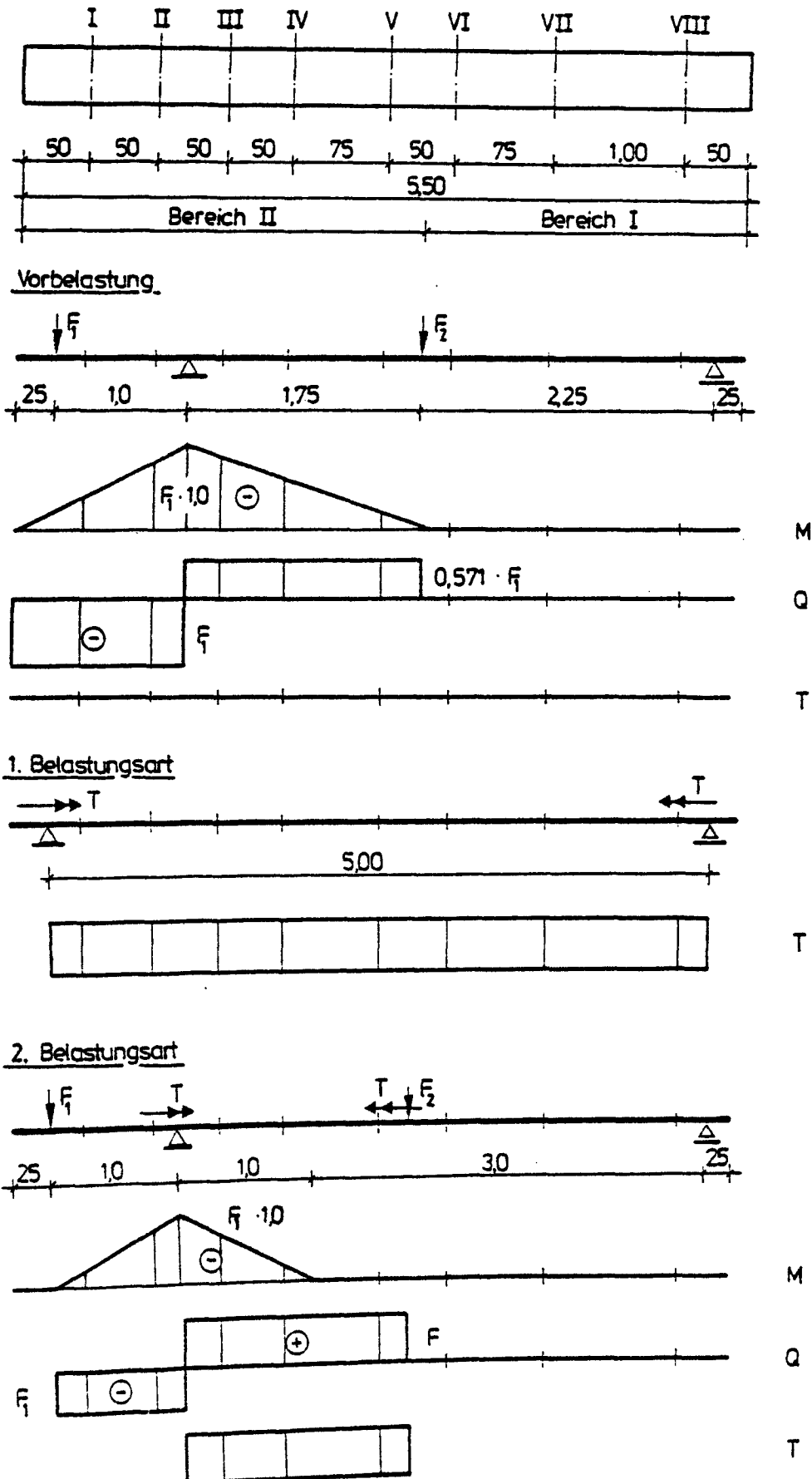
STIFFNESS PROPERTIES OF REINFORCED CONCRETE BEAMS IN  
COMBINED TORSION, BENDING AND SHEAR  
PUBLICATION 73:1; DIVISION OF CONCRETE STRUCTURES 1973

/30/ OJHA, S.K.

DIE STEIFIGKEIT UND DAS VERFORMUNGSVERHALTEN VON  
STAHLBETON- UND SPANNBETONBALKEN UNTER KOMBINIERTER  
BEANSPRUCHUNG AUS TORSION, BIEGEMOMENT, QUERKRAFT  
UND AXIALKRAFT.  
INSTITUT FÜR BAUSTOFFKUNDE UND STAHLBETONBAU DER  
TECHNISCHEN UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG, DEZ. 1973

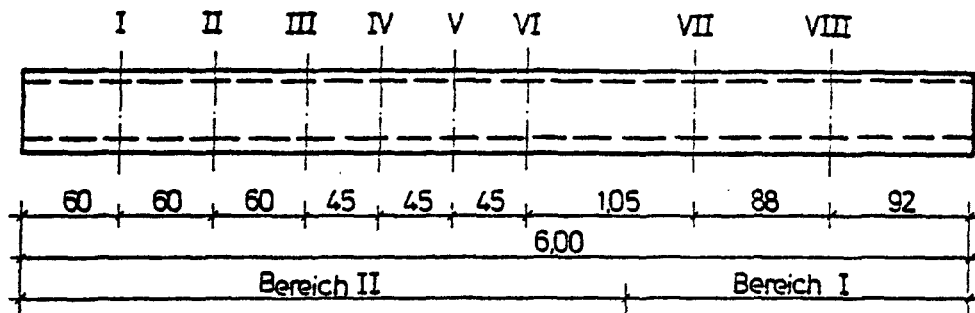


**Bild A1:** Belastungs- und Meßquerschnittsanordnung des Versuchsbalkens LBTMQ1

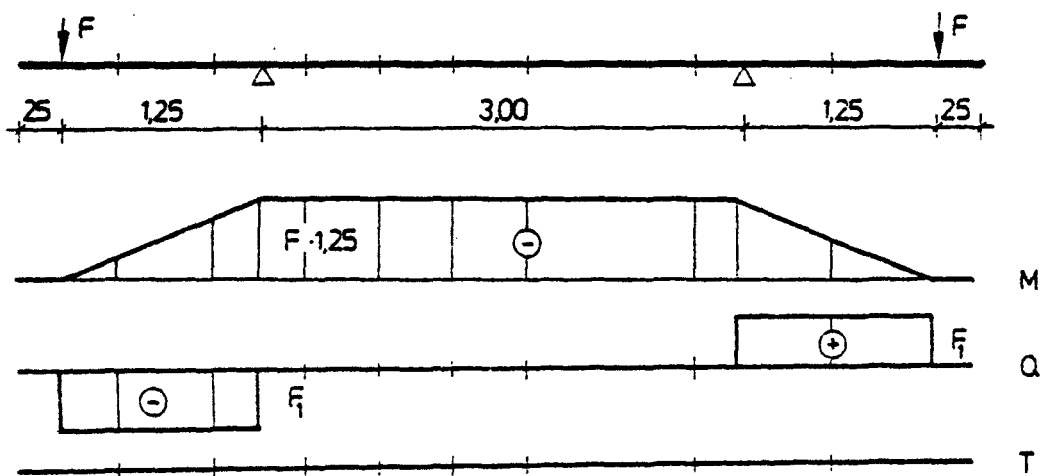


**Bild A2:** Belastungs- und Meßquerschnittsanordnung des Versuchsbalkens LBTMQ2

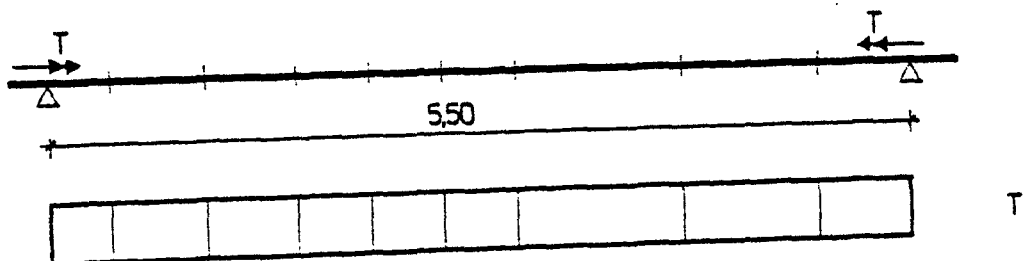




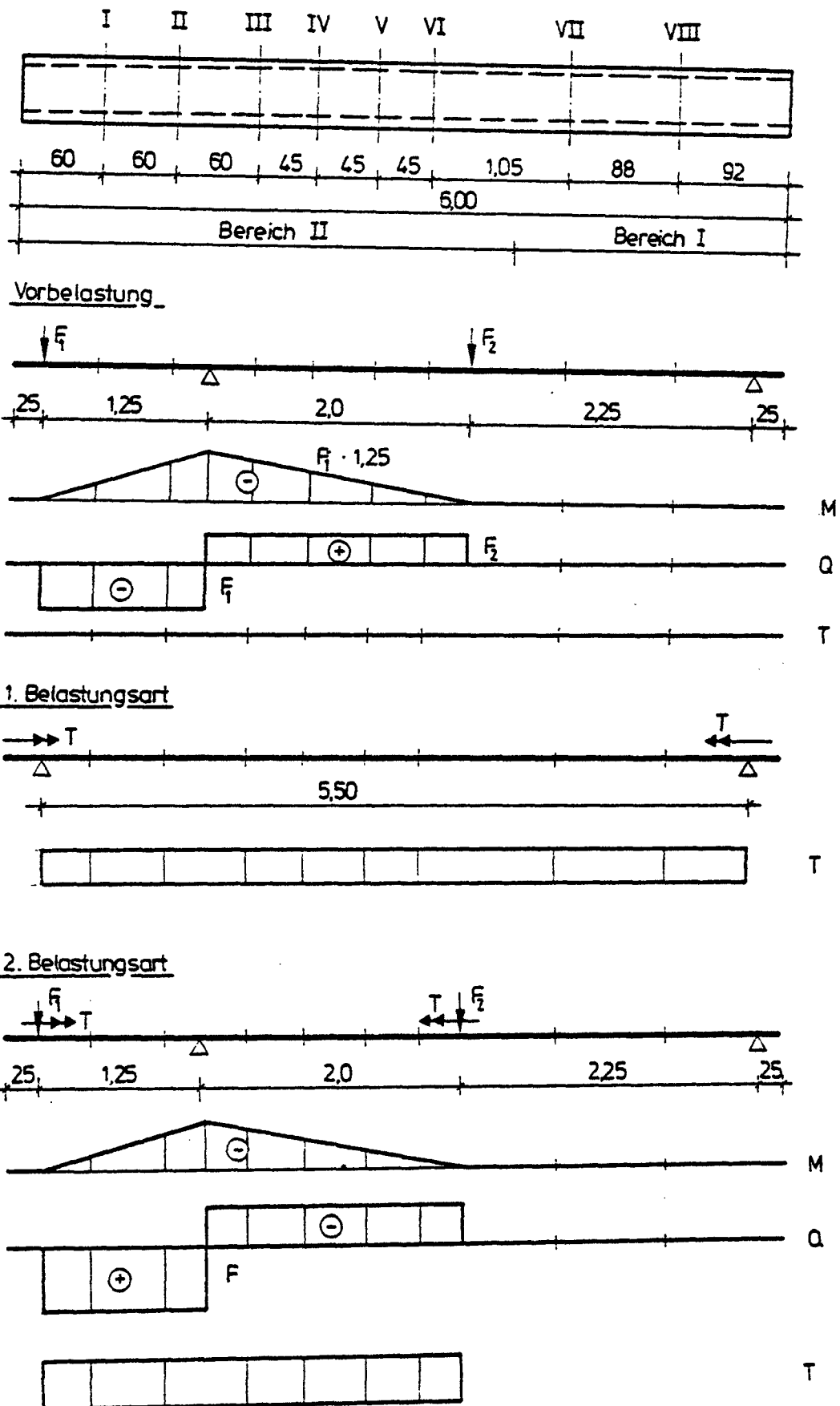
Vorbelastung



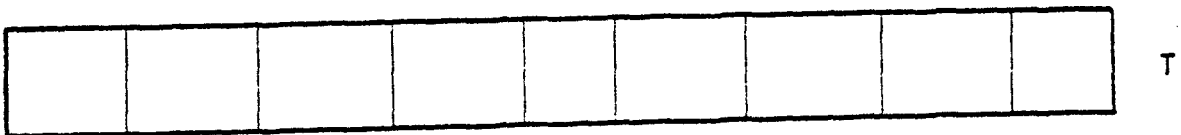
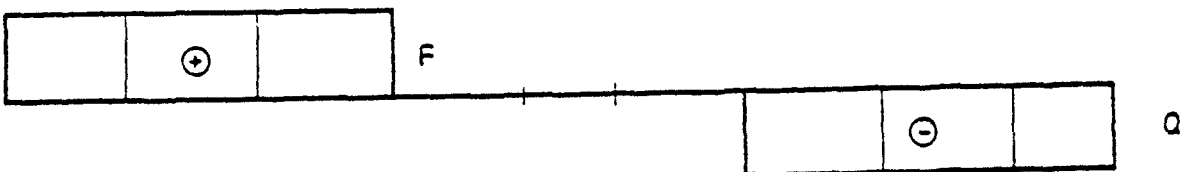
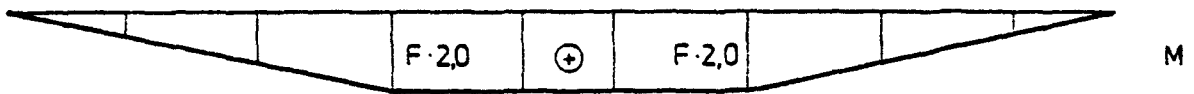
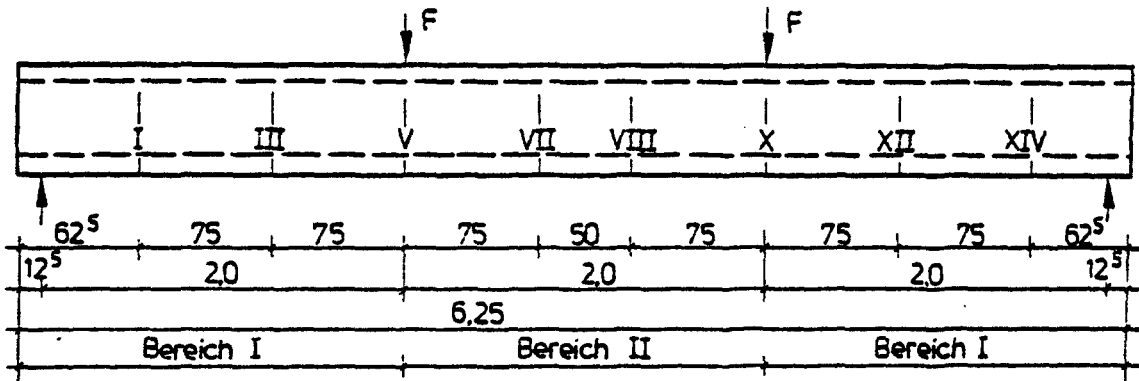
Hauptbelastung



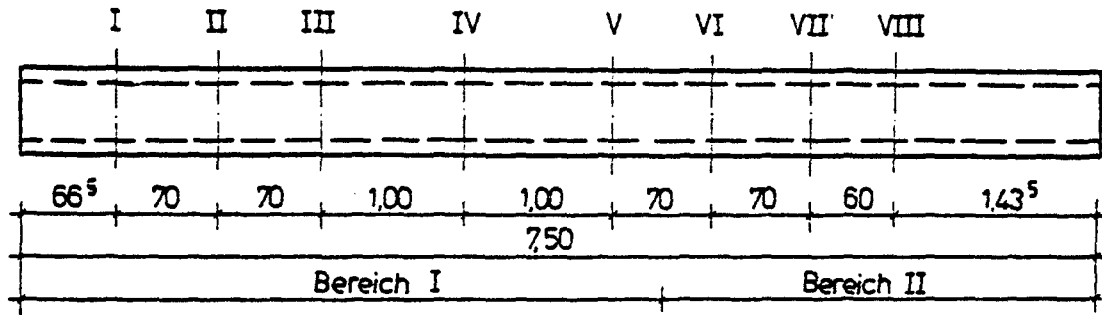
**Bild A3:** Belastungs- und Meßquerschnittsanordnung des Versuchsbalkens LBTMQ3



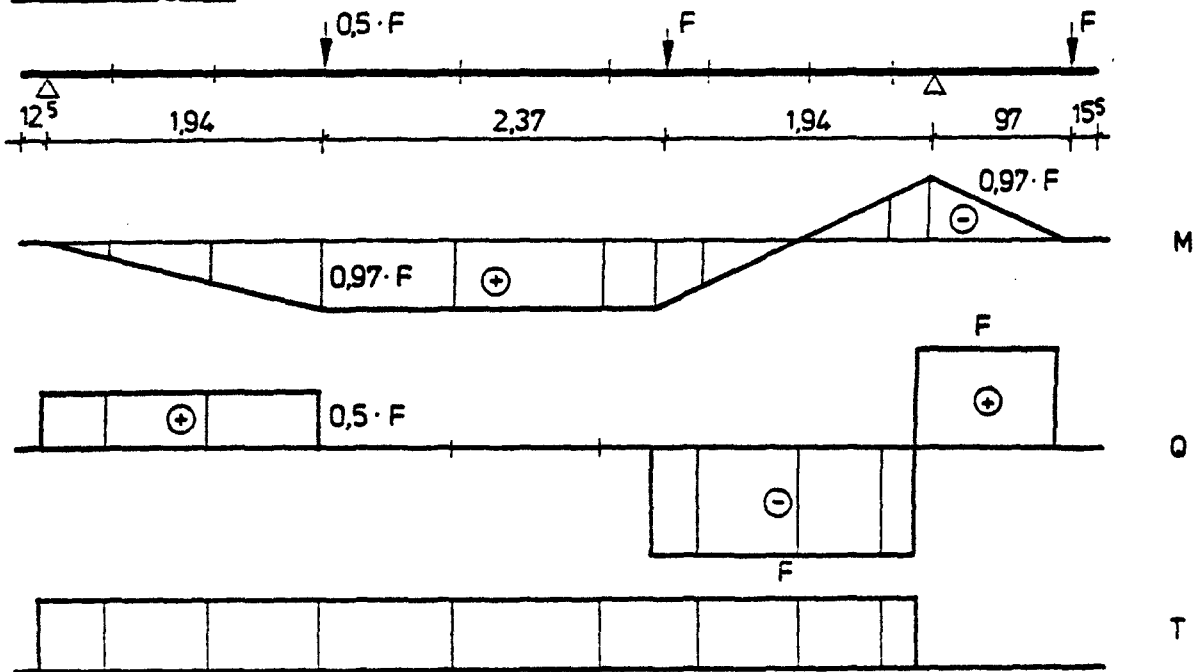
**Bild A4:** Belastungs- und Meßquerschnittsanordnung des Versuchsbalkens LBTMQ4



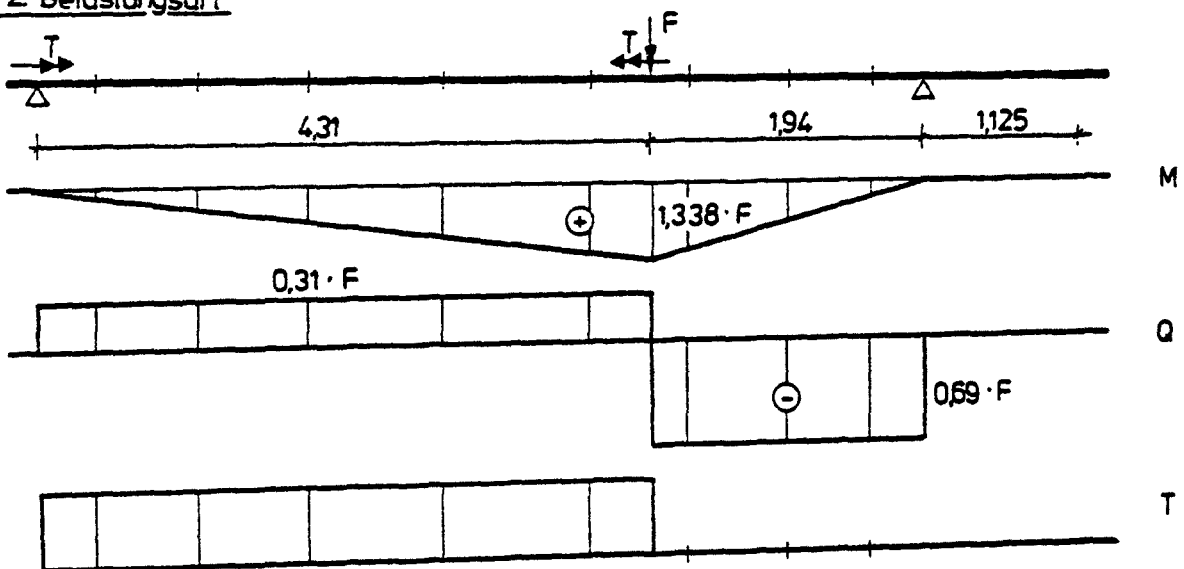
**Bild A5:** Belastungs- und Meßquerschnittsanordnung des Versuchsbalkens LBTMQ5



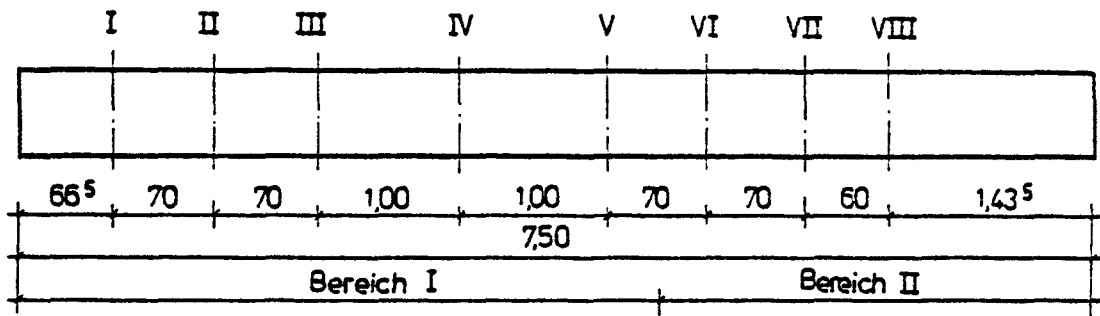
1. Belastungsart



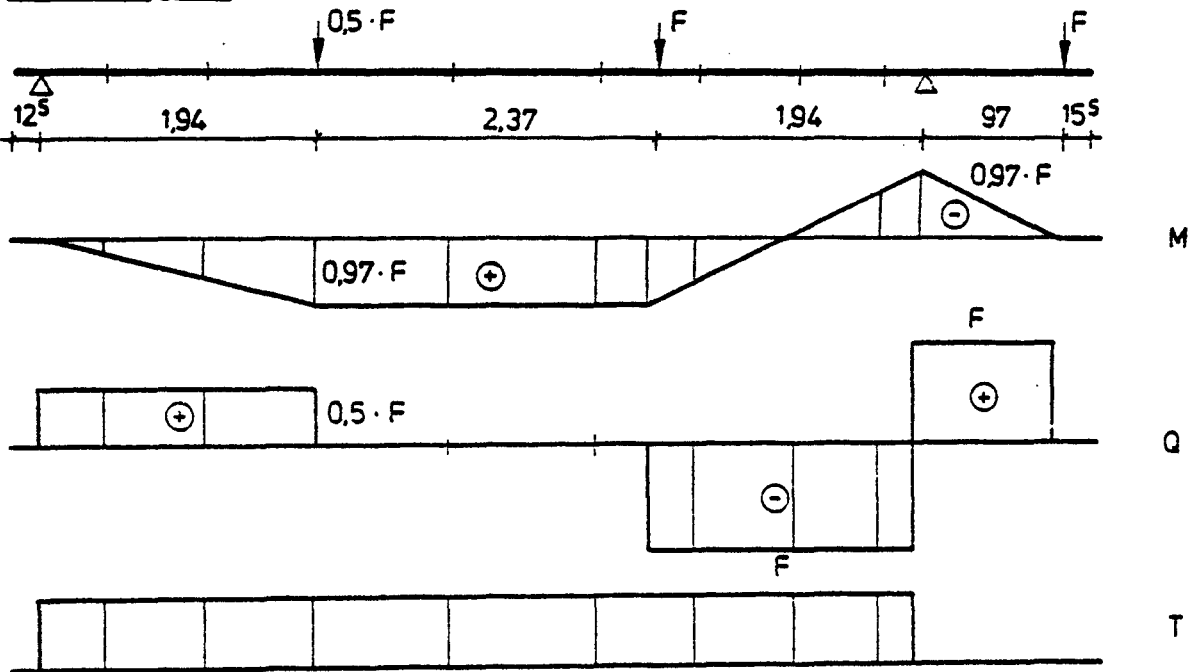
2. Belastungsart



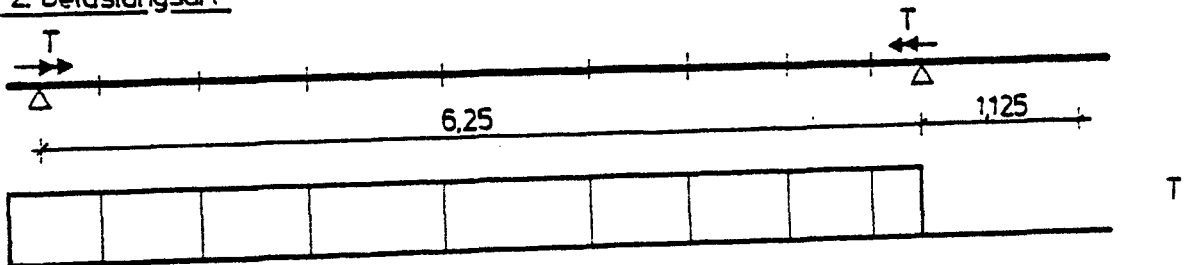
**Bild A6: Belastungs- und Meßquerschnittsanordnung des Versuchsbalkens LBTMQ6**



1. Belastungsart

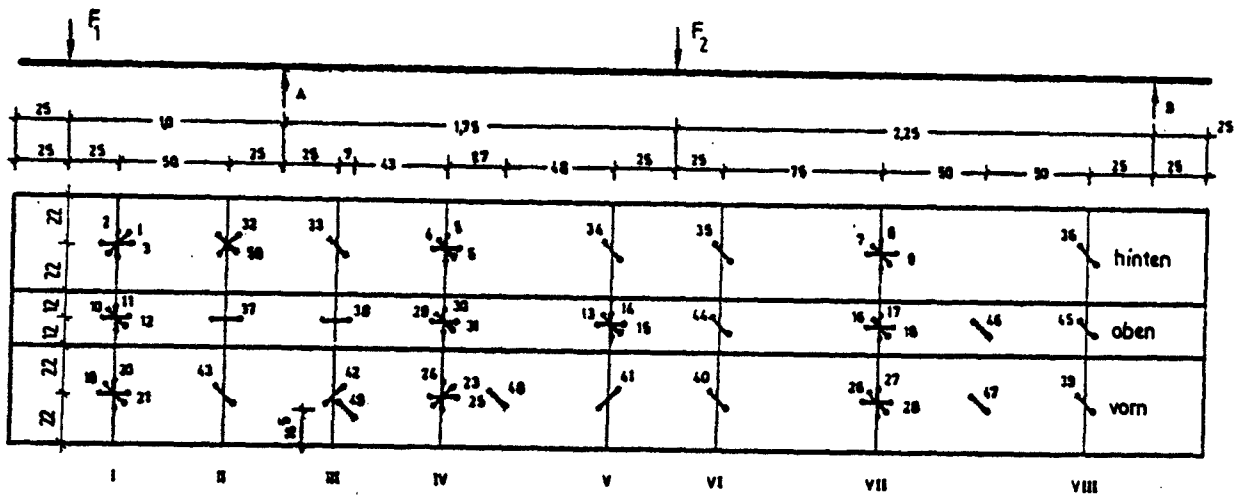


2. Belastungsart



**Bild A7:** Belastungs- und Meßquerschnittsanordnung des Versuchsbalkens LBTMQ7

### LBTMQ 1



### LBTMQ 2

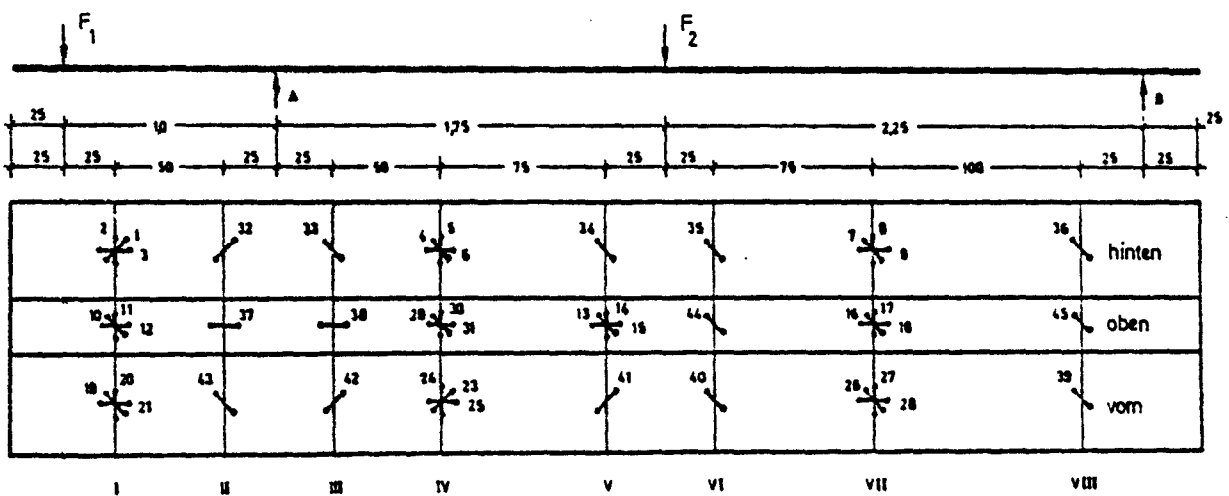
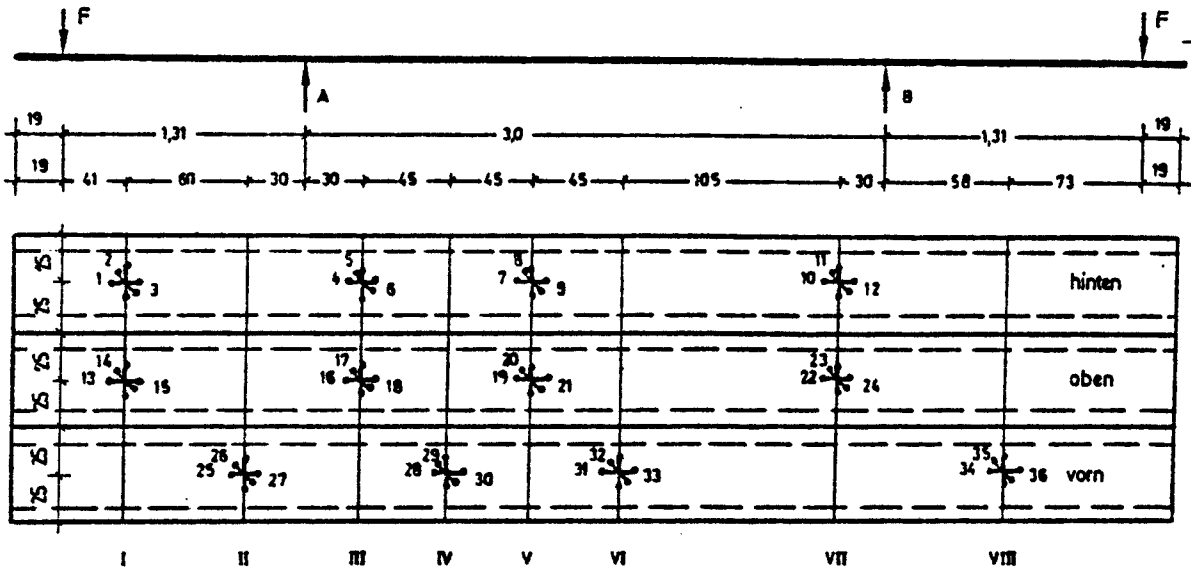


Bild A8: Anordnung der Setzdehnungsmeßstrecken bei den Versuchsbalken LBTMQ1 und LBTMQ2.

### LBTMQ 3



### LBTMQ 4

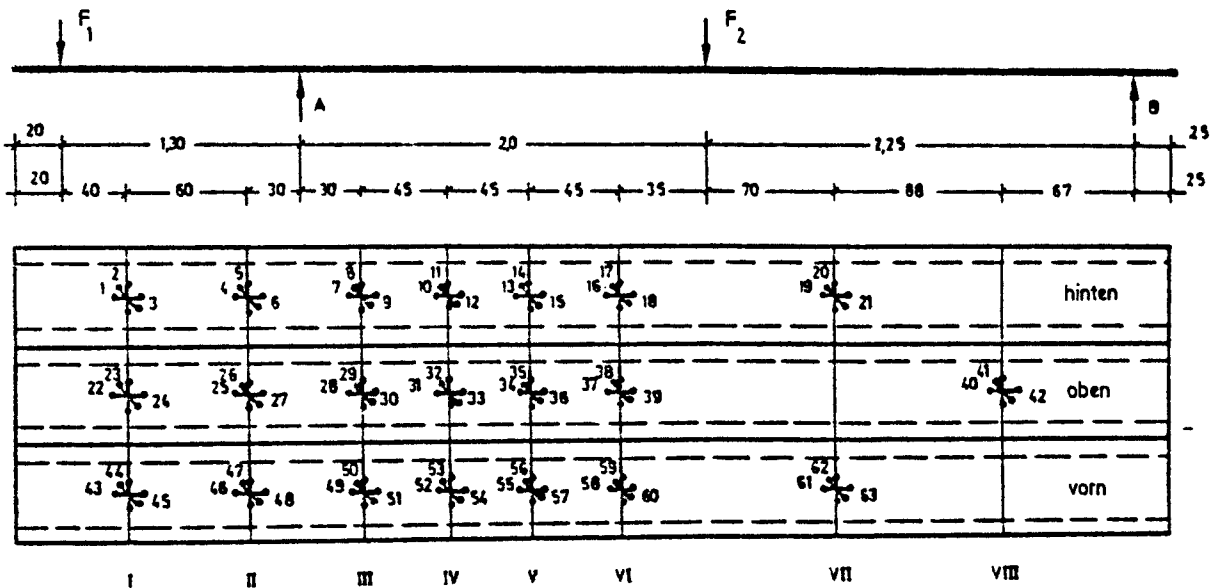
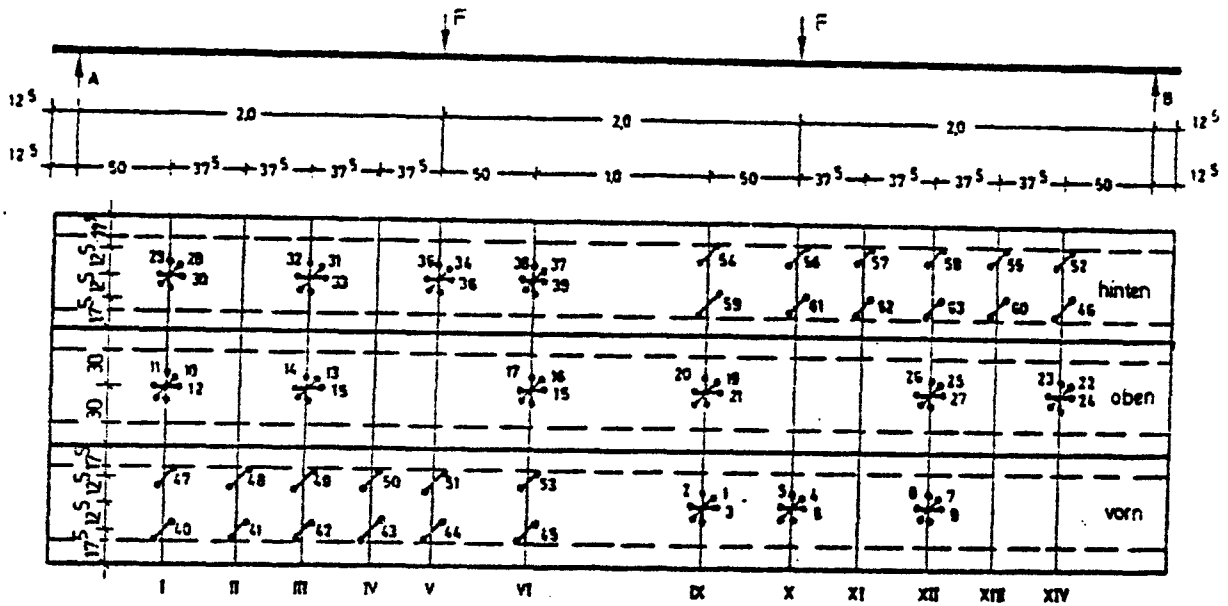
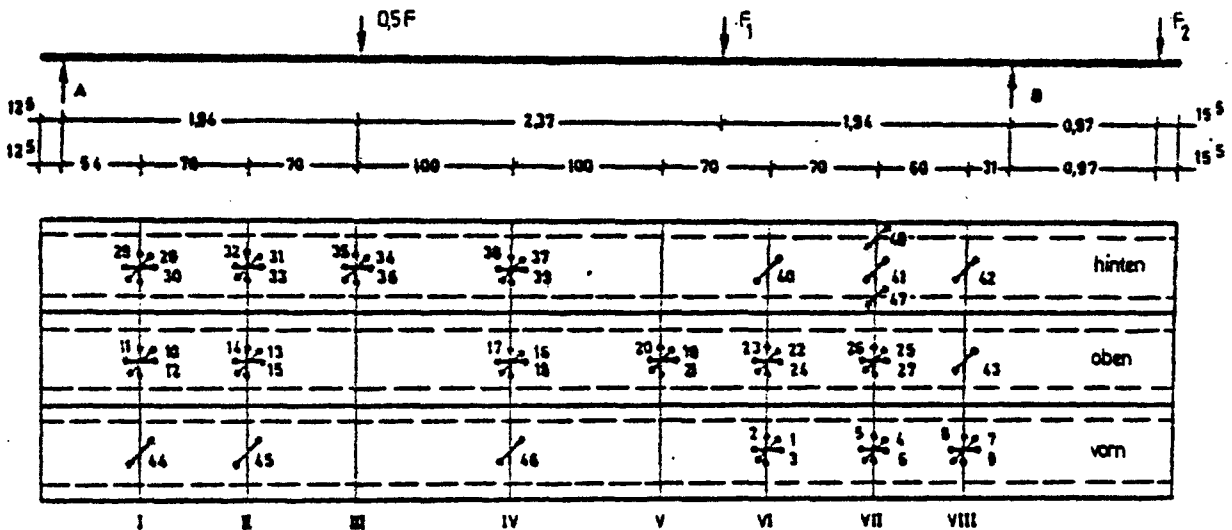


Bild A9: Anordnung der Setzdehnungsmeßstrecken bei den Versuchsbalken LBTMQ3 und LBTMQ4.

### LBTMQ 5



### LBTMQ 6



### LBTMQ 7

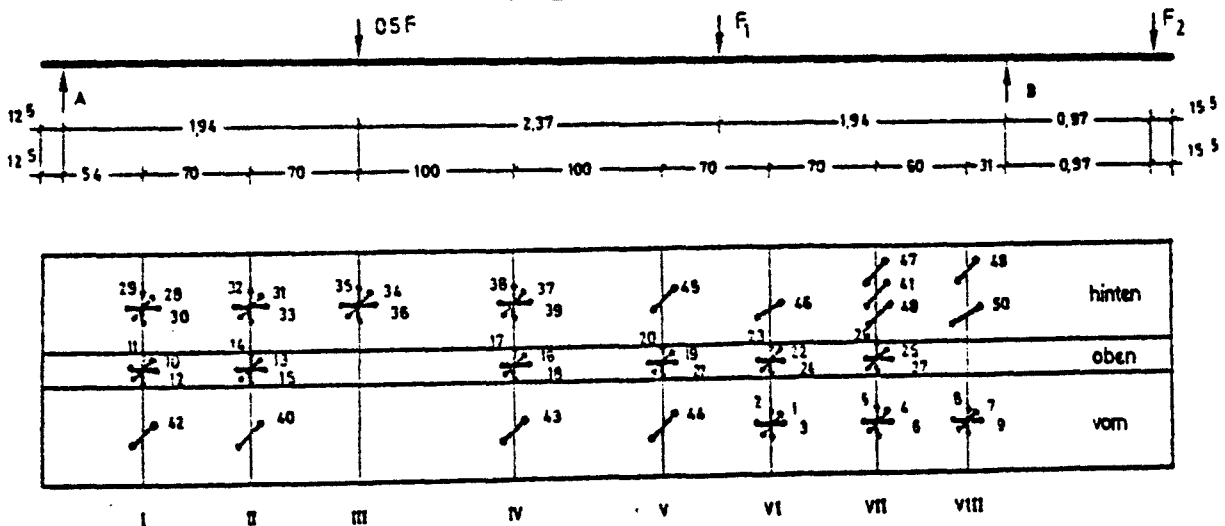


Bild A10: Anordnung der Setzdehnungsmeßstrecken bei den Versuchsbalken LBTMQ5, LBTMQ6 und LBTMQ7.



